ΛΥΣΗ

α) Επειδή το πλήθος των καθισμάτων της κάθε σειράς αυξάνει καθώς ανεβαίνουμε από σειρά σε σειρά κατά τον ίδιο πάντα αριθμό καθισμάτων ω, οι αριθμοί που εκφράζουν το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου (α_ν) με $\alpha_1 = 16$ και διαφορά ω.

Είναι:

$$\alpha_7 = 28 \Leftrightarrow \alpha_1 + (7-1)\omega = 28 \Leftrightarrow$$
$$16 + 6\omega = 28 \Leftrightarrow 6\omega = 12 \Leftrightarrow \omega = 2$$

Άρα $\alpha_1 = 16$ και $\omega = 2$.

β) Έχουμε:

$$\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\omega \Leftrightarrow \alpha_\nu = 16 + (\nu-1)\cdot 2 \Leftrightarrow$$
$$\alpha_\nu = 16 + 2\nu - 2 \Leftrightarrow \alpha_\nu = 2\nu + 14 \quad \mu\varepsilon\, 1 \le \nu \le 20$$

γ) Το πλήθος των καθισμάτων του θεάτρου είναι:

$$S_{20} = \frac{20}{2}\left[2\alpha_1 + (20-1)\omega\right] \Leftrightarrow$$
$$S_{20} = 10(2\cdot 16 + 19\cdot 2) \Leftrightarrow$$
$$S_{20} = 10(32 + 38) \Leftrightarrow$$
$$S_{20} = 10\cdot 70 \Leftrightarrow$$
$$S_{20} = 700$$

δ) Ο αριθμός των κενών καθισμάτων σε κάθε σειρά είναι αριθμητική πρόοδος (β_ν) με $\beta_1 = 6$ και $\omega = 3$. Ο ν-οστός όρος που εκφράζει το πλήθος των κενών καθισμάτων είναι:

$$\beta_\nu = \beta_1 + (\nu-1)\omega \Leftrightarrow$$
$$\beta_\nu = 6 + (\nu-1)\cdot 3 \Leftrightarrow$$
$$\beta_\nu = 6 + 3\nu - 3 \Leftrightarrow$$
$$\beta_\nu = 3\nu + 3$$

Άρα $\beta_\nu = 3\nu + 3$ με $1 \le \nu \le 11$ (διότι τα κενά καθίσματα δε μπορεί να είναι περισσότερα από τα καθίσματα της κάθε σειράς, δηλαδή πρέπει $\beta_\nu \le \alpha_\nu \Leftrightarrow \nu \le 11$)

i. Όλα τα καθίσματα θα είναι κενά της ν-οστής σειράς, όταν:

$$\beta_\nu = \alpha_\nu \Leftrightarrow$$
$$3\nu + 3 = 2\nu + 14 \Leftrightarrow$$
$$\nu = 11$$

Άρα από την 11η σειρά μέχρι την 20η, όλα τα καθίσματα είναι κενά.

ii. Το πλήθος των κενών καθισμάτων στις 10 πρώτες σειρές είναι:

$$S'_{10} = \frac{10}{2}\left[2\beta_1 + (10-1)\omega\right] \Leftrightarrow$$
$$S'_{10} = 5(2\cdot 6 + 9\cdot 3) \Leftrightarrow$$
$$S'_{10} = 5\cdot 39 \Leftrightarrow$$
$$S'_{10} = 195$$

Το πλήθος των καθισμάτων στις πρώτες 10 σειρές είναι:

$$S_{10} = \frac{10}{2}\left[2\alpha_1 + (10-1)\omega\right] \Leftrightarrow$$
$$S_{10} = 5(2\cdot 16 + 9\cdot 2) \Leftrightarrow$$
$$S_{10} = 5\cdot 50 \Leftrightarrow$$
$$S_{10} = 250$$

Ο αριθμός των θεατών που κάθονται στις πρώτες 10 θέσεις είναι:

$$S_{10} - S'_{10} = 250 - 195 = 55$$

Αυτός είναι και ο συνολικός αριθμός θεατών, αφού από την $11^{η}$ σειρά και μετά όλα τα καθίσματα είναι κενά.