

ΛΥΣΗ

α) Από το γράφημα συμπεραίνουμε ότι το κοινό σημείο των δύο ευθειών είναι κατ' εκτίμηση το $A(100,500)$.

Η ερμηνεία του είναι η εξής:

Αν η εταιρεία πουλήσει 100 λίτρα λάδι, τα έσοδα και τα έξοδα είναι 500 ευρώ, δηλαδή δεν έχει ούτε κέρδος ούτε ζημιά.

β) Τα πάγια έξοδα της εταιρείας είναι 200 ευρώ, διότι $K(0) = 200$. Δηλαδή ακόμα και αν δεν παραχθεί λάδι ($x = 0$), υπάρχουν έξοδα.

γ) Για να μην έχει η εταιρεία ζημιά πρέπει τα έσοδα να είναι ίσα με τα έξοδα ή μεγαλύτερα από αυτά. Από το γράφημα συμπεραίνουμε ότι αυτό συμβαίνει για παραγωγή $x \geq 100$ λίτρων λαδιού.

δ) Έστω $y = ax$ η ζητούμενη εξίσωση της ευθείας (ϵ) που περιγράφει η συνάρτηση εσόδων $E(x)$. Η ευθεία αυτή διέρχεται από το σημείο $A(100,500)$, οπότε

$$1000 = 200a \Leftrightarrow a = 5$$

Τελικά η ευθεία (ϵ) έχει εξίσωση;

$$y = 5x$$

Επομένως η συνάρτηση των εσόδων είναι $E(x) = 5x$, $x \geq 0$

Έστω $y = \alpha_1 x + \beta_1$ η ζητούμενη εξίσωση της ευθείας (ϵ_1) που περιγράφει η συνάρτηση εξόδων $K(x)$. Η ευθεία (ϵ_1) διέρχεται από τα σημεία $B(0,200)$ και $\Gamma(200,800)$, οπότε έχει συντελεστή διεύθυνσης τον:

$$\alpha_1 = \frac{800 - 200}{200 - 0} = \frac{600}{200} = 3$$

Τότε η ευθεία (ϵ_1) γράφεται:

$$y = 3x + \beta_1$$

Επειδή η ευθεία (ϵ_1) διέρχεται από το σημείο $B(0,200)$, οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωση της. Οπότε:

$$200 = 0 + \beta_1 \Leftrightarrow \beta_1 = 200$$

Τελικά η εξίσωση (ϵ_1) έχει εξίσωση $y = 3x + 200$ και η συνάρτηση των εξόδων είναι:

$$K(x) = 3x + 200, x \geq 0$$

Για να μην έχει ζημιά η εταιρεία πρέπει:

$$E(x) \geq K(x) \Leftrightarrow 5x \geq 3x + 200 \Leftrightarrow$$
$$2x \geq 200 \Leftrightarrow x \geq 100$$

Επομένως η εκτίμηση που κάναμε στο ερώτημα γ) ήταν σωστή.