

ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $x^2 - 5x + 6$ έχει $\alpha = 1$, $\beta = -5$, $\gamma = 6$ και διακρίνουσα

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1 > 0.$$

Οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Οπότε:

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3).$$

β)

i. Πρέπει:

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 \neq 0 &\Leftrightarrow (x-2)(x-3) \neq 0 \Leftrightarrow \\ \{x-2 \neq 0 \text{ και } x-3 \neq 0\} &\Leftrightarrow \{x \neq 2 \text{ και } x \neq 3\} \end{aligned}$$

Άρα το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι το $A = \mathbb{R} - \{2, 3\}$.

ii. Ο τύπος της συνάρτησης f γράφεται:

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-5x+6} = \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{x-3}.$$