

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$\begin{aligned} A &= x^3 - x^2 + 3x - 3 = \\ &= x^2(x - 1) + 3(x - 1) = \\ &= (x - 1)(x^2 + 3). \end{aligned}$$

β) Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το σύνολο $A = \mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$ και η συνάρτηση g το σύνολο $B = \mathbb{R}$.

Τα σημεία τομής τους προκύπτουν από τη λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}$$

Έχουμε:

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow \frac{3}{x} = x^2 - x + 3 \Leftrightarrow \\ 3 &= x(x^2 - x + 3) \Leftrightarrow \\ 3 &= x^3 - x^2 + 3x \Leftrightarrow \\ x^3 - x^2 + 3x - 3 &= 0 \stackrel{(a)}{\Leftrightarrow} \\ (x - 1)(x^2 + 3) &= 0 \Leftrightarrow \\ x - 1 = 0 \text{ ή } x^2 + 3 = 0 &\text{ αδύνατη} \Leftrightarrow \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Για $x = 1$ είναι $f(1) = 3$.

Άρα το σημείο τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f, g είναι το $A(1,3)$.