

Λύση

α) Είναι:

$$\begin{aligned}\alpha^2 \beta + \alpha \beta^2 &= -30 \Leftrightarrow \\ \alpha \beta (\alpha + \beta) &= -30 \Leftrightarrow \\ \alpha \beta \cdot 2 &= -30 \Leftrightarrow \\ \alpha \beta &= -15\end{aligned}$$

β) Η ζητούμενη εξίσωση μπορεί να είναι της μορφής:

$$x^2 - Sx + P = 0 \quad \text{με} \quad S = \alpha + \beta = 2 \quad \text{και} \quad P = \alpha\beta = -15.$$

Τελικά, μία ζητούμενη εξίσωση είναι η: $x^2 - 2x - 15 = 0$.

Το τριώνυμο $x^2 - 2x - 15$ έχει διακρίνουσα

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64 > 0.$$

Οι ρίζες της εξίσωσης είναι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 8}{2} = 5 \quad \text{ή} \quad -3.$$

Άρα είναι $\alpha = 5$ και $\beta = -3$ ή $\alpha = -3$ και $\beta = 5$.