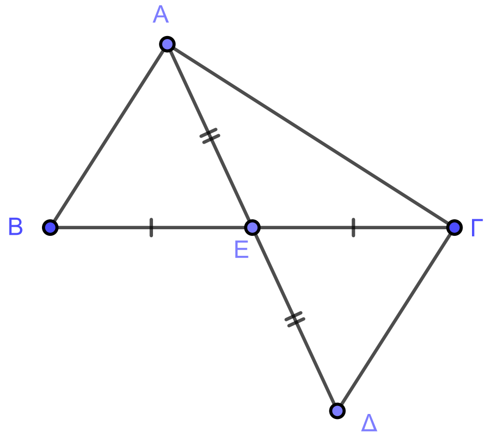
ΛΥΣΗ

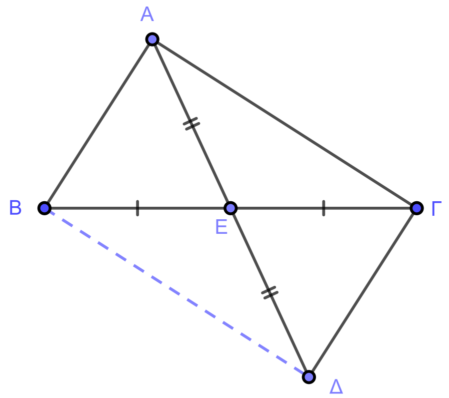
α) i. Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΔΓΕ έχουν:

- ΕΒ = ΕΓ, από υπόθεση
- ΕΑ = ΕΔ, από υπόθεση,
- $A\hat{E}B = \Delta\hat{E}\Gamma$ ως κατακορυφήν.

Τα τρίγωνα είναι ίσα αφού έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες τους ίσες, οπότε και οι πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $A\hat{E}B$ και $\Delta\hat{E}\Gamma$ είναι ίσες, δηλαδή ΑΒ = ΓΔ.



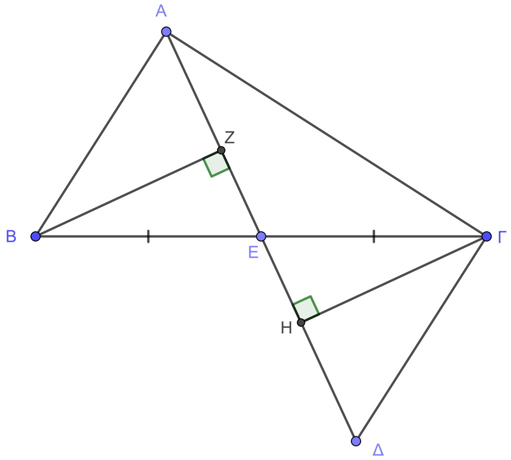
ii. Επειδή ΕΒ = ΕΓ και ΕΑ = ΕΔ, δηλαδή οι διαγώνιοι του ΑΒΔΓ διχοτομούνται, συμπεραίνουμε ότι το ΑΒΔΓ είναι παραλληλόγραμμο, οπότε ΑΒ//ΓΔ. Άρα αν οι δρόμοι ΑΒ και ΓΔ προεκταθούν, αποκλείεται να συναντηθούν.



iii. Φέρουμε ΒΖ ⊥ ΑΔ και ΓΗ ⊥ ΑΔ. Τα ορθογώνια τρίγωνα ΓΕΗ και ΒΕΖ έχουν:

- ΕΓ = ΕΒ, από υπόθεση
- $B\hat{E}Z = \Gamma\hat{E}H$, ως κατακορυφήν

Άρα είναι ίσα γιατί έχουν την υποτείνουσα και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία, οπότε ισχύει ΒΖ = ΓΗ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $B\hat{E}Z$ και $\Gamma\hat{E}H$ αντίστοιχα, δηλαδή τα Β και Γ ισαπέχουν από την ΑΔ.



β) Για να ισαπέχει κάποιο σημείο από τα Α και Δ, θα πρέπει να ανήκει στη μεσοκάθετο του ΑΔ. Εφόσον θέλουμε το σημείο αυτό να ανήκει στο δρόμο ΑΓ, θα είναι το σημείο τομής της της ΑΓ με τη μεσοκάθετο του ΑΔ.

Φέρουμε τη μεσοκάθετη ε του ΑΔ και ονομάζουμε Θ το σημείο τομής της με την ΑΓ.

Επειδή κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ε ισαπέχει από τα άκρα Α, Δ του ΑΔ συμπεραίνουμε ότι και το σημείο Θ ισαπέχει από τα Α, Δ.