ΛΥΣΗ

α) Στο τρίγωνο ΑΒΔ το ΑΗ είναι ύψος και διχοτόμος, οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές και το ΑΗ είναι και διάμεσος. Άρα ΒΗ = ΗΔ. Επίσης από υπόθεση ισχύει ότι ΑΗ = ΗΖ. Συνεπώς, στο τετράπλευρο ΑΒΖΔ οι διαγώνιες του ΑΖ, ΒΔ διχοτομούνται κάθετα, άρα το τετράπλευρο είναι ρόμβος.

β) Το ΗΘ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΒΔΓ, άρα

ΗΘ // ΔΓ $\Leftrightarrow$ ΗΘ // ΑΔ (1)

Επειδή το ΑΒΖΔ είναι ρόμβος ισχύει ότι ΒΖ // ΑΔ (3).

Από τις (1), (3) προκύπτει ότι ΗΘ // ΒΖ

γ) Το ΗΘ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΒΔ και ΒΓ του τριγώνου ΒΔΓ οπότε

ΗΘ = $\frac{\Delta\Gamma}{2} = \frac{\mathrm{A}\Gamma - \mathrm{A}\Delta}{2} = \frac{\mathrm{A}\Gamma - \mathrm{AB}}{2}$

διότι ΑΒ = ΑΔ αφού ΑΒΖΔ είναι ρόμβος.