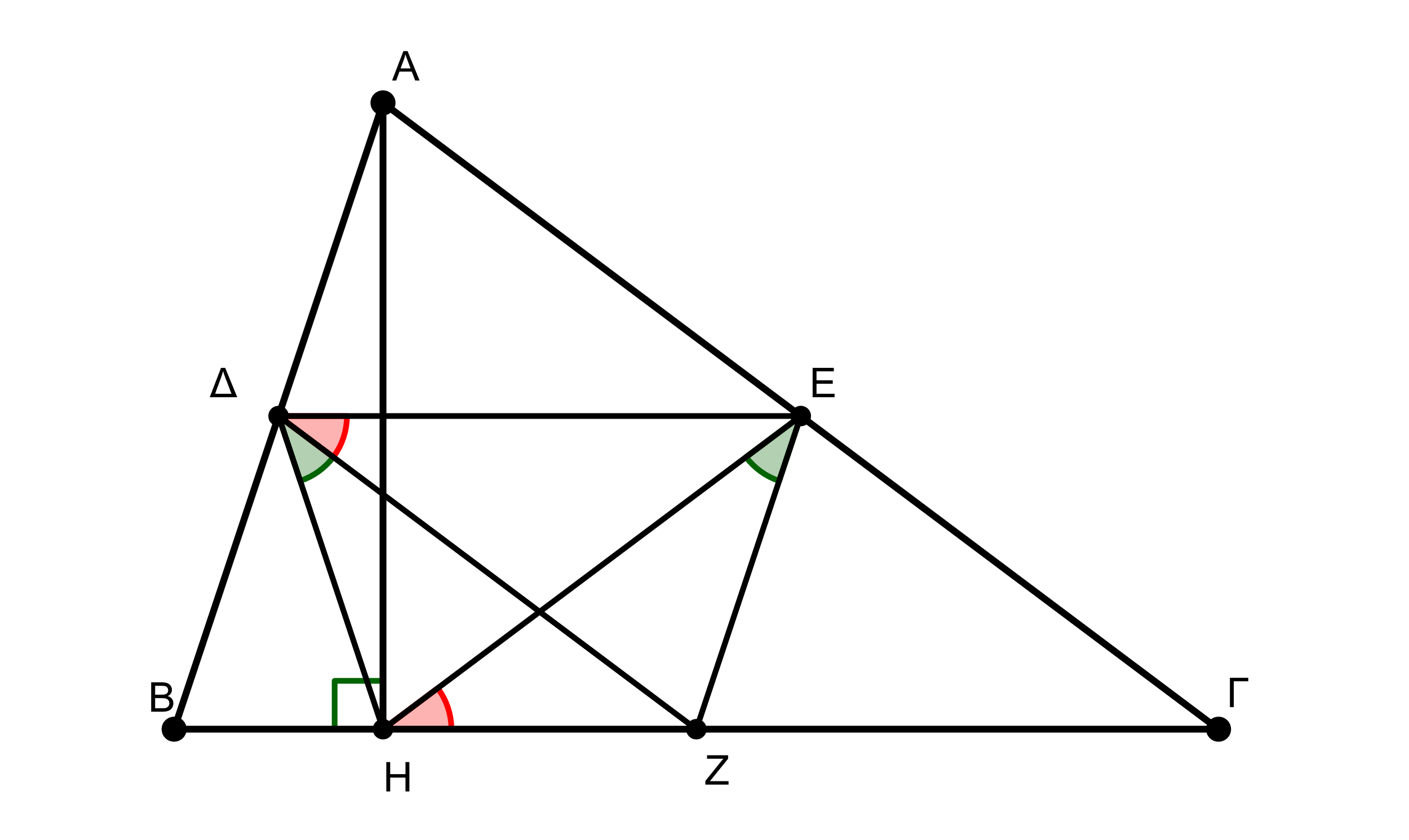
ΛΥΣΗ

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ < ΑΓ, ΑΗ ύψος και Δ, Ε, Ζ τα μέσα των ΑΒ,ΑΓ, ΒΓ αντίστοιχα.



**α)** Το ΔΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, οπότε ισχύει ότι: ΔΕ // ΒΓ άρα και ΔΕ // ΗΖ.

Το ΕΖ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα ισχύει ότι:

ΕΖ // ΑΒ και ΕΖ = (1).

Αφού ΕΖ // ΑΒ και η ΔΗ τέμνει την ΑΒ, θα τέμνει και την παράλληλή της ΕΖ. Οπότε το τετράπλευρο ΔΕΗΖ έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες, άρα είναι τραπέζιο.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΗΒ η ΗΔ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα: ΗΔ = (2)

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι ΕΖ = ΗΔ (3). Επομένως το τραπέζιο ΔΕΖΗ είναι ισοσκελές.

**β)** Τα τρίγωνα ΗΔΖ και ΗΕΖ έχουν:

* ΕΖ = ΗΔ, λόγω της (3)
* ΗΖ κοινή πλευρά
* ΔΖ = ΕΗ, ως γωνίες βάσης του ισοσκελούς τραπεζίου

Τα τρίγωνα ΗΔΖ και ΗΕΖ έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες ίσες, άρα είναι ίσα και έχουν ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από την κοινή τους πλευρά ΗΖ.

**γ)** Είναι ΕΖ = ΔΗ (4) ως γωνίες εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΔΕ, ΒΓ που τέμνονται από την ΔΖ.

Επίσης, ΔΗ = Ε (5) ως απέναντι γωνίες των ίσων πλευρών ΔΗ, ΕΖ αντίστοιχα των ίσων τριγώνων ΗΔΖ και ΗΕΖ από το β) ερώτημα.

Από (4), (5) προκύπτει ότι ΕΖ = ΕΖ.