

ΛΥΣΗ

α) Είναι $\Delta K = KB$ από υπόθεση, άρα το τρίγωνο ΔKB είναι ισοσκελές οπότε $\widehat{B\Delta K} = \widehat{B}$.

Η γωνία $\widehat{\Delta\kappa\lambda}$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΔBK , άρα: $\widehat{\Delta\kappa\lambda} = \widehat{B\Delta K} + \widehat{B} = 2\widehat{B}$.

Είναι $E\lambda = \lambda\Gamma$ από υπόθεση, άρα το τρίγωνο $E\lambda\Gamma$ είναι ισοσκελές, οπότε $\widehat{\lambda E\Gamma} = \widehat{\Gamma}$.

Η γωνία $\widehat{E\lambda\kappa}$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο $E\lambda\Gamma$, άρα: $\widehat{E\lambda\kappa} = \widehat{\lambda E\Gamma} + \widehat{\Gamma} = 2\widehat{\Gamma}$

β) Για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ ισχύει ότι: $\widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 90^\circ$.

Για τις γωνίες $\widehat{\Delta\kappa\lambda}$, $\widehat{E\lambda\kappa}$ του τετραπλεύρου $\Delta E\lambda\kappa$ σε συνδυασμό με το ερώτημα (α) έχουμε ότι: $\widehat{\Delta\kappa\lambda} + \widehat{E\lambda\kappa} = 2\widehat{B} + 2\widehat{\Gamma} = 2(\widehat{B} + \widehat{\Gamma}) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$

Επειδή οι γωνίες $\widehat{\Delta\kappa\lambda}$, $\widehat{E\lambda\kappa}$ είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των $\Delta\kappa$, $E\lambda$ που τέμνονται από την $B\Gamma$ και είναι παραπληρωματικές, προκύπτει ότι $\Delta\kappa \parallel E\lambda$.

Επειδή το ΔE ενώνει μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο $AB\Gamma$, ισχύει ότι

$\Delta E \parallel B\Gamma$, οπότε $\Delta E \parallel \kappa\lambda$ και επίσης $\Delta E = \frac{B\Gamma}{2}$.

Στο τετράπλευρο $\Delta E\lambda\kappa$ οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες, άρα είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Επειδή το $\Delta E\lambda\kappa$ είναι παραλληλόγραμμο και $\Delta E = \frac{B\Gamma}{2}$ θα είναι και $\kappa\lambda = \frac{B\Gamma}{2}$. Οπότε, και για το υπόλοιπο μέρος της $B\Gamma$ θα είναι: $B\kappa + \lambda\Gamma = \frac{B\Gamma}{2}$.

Αφού $B\kappa = \kappa\Delta = \lambda E = \lambda\Gamma$ (δηλαδή $B\kappa = \lambda\Gamma$) θα έχουμε $B\kappa = \lambda\Gamma = \frac{B\Gamma}{4}$.

Άρα, τελικά είναι $\Delta\kappa = \frac{B\Gamma}{4}$ και αφού $\Delta E = \frac{B\Gamma}{2}$, θα είναι $\Delta E = 2\Delta\kappa$.



