ΛΥΣΗ

α) Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές ισχύει ότι $\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\Gamma}$.

Για τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ ισχύει ότι $\widehat{\mathrm{A}} + \widehat{\mathrm{B}} + \widehat{\Gamma} = 180^o$ και επειδή $\widehat{\mathrm{A}} = 120^o$ από την υπόθεση, θα έχουμε ότι $120^o + 2\widehat{\mathrm{B}} = 180^o$, άρα $\widehat{\mathrm{B}} = 30^o = \widehat{\Gamma}$.

Είναι: $\widehat{\mathrm{A}} = 120^o$ ή $\mathrm{B}\widehat{\mathrm{A}}\Delta + 90^o = 120^o$, άρα $\mathrm{B}\widehat{\mathrm{A}}\Delta = 30^o$.

Άρα $\mathrm{B}\widehat{\mathrm{A}}\Delta = \widehat{\mathrm{B}}$ οπότε το τρίγωνο ΑΔΒ είναι ισοσκελές με ΑΔ = ΒΔ (1).

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ είναι $\widehat{\Gamma} = 30^o$, άρα η απέναντι κάθετη πλευρά ισούται με το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή:

$\mathrm{A}\Delta = \frac{\Delta\Gamma}{2}$ και επειδή ΑΔ = ΒΔ (από σχέση1) θα είναι $\mathrm{B}\Delta = \frac{\Delta\Gamma}{2}$ άρα ΔΓ = 2ΒΔ.

γ) Είναι: ΔΓ = 2ΒΔ (από β) ερώτημα) και Κ μέσο ΔΓ (από υπόθεση) άρα ΔΓ = 2ΔΚ,

οπότε ΔΚ = ΒΔ. Άρα το Δ είναι μέσο της ΒΚ.

Στο ΑΒΚ, το ΛΔ ενώνει τα μέσα των ΑΒ και ΒΚ οπότε ΛΔ // ΑΚ.

δ) Το ΛΔ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΚ στο τρίγωνο ΑΒΓ άρα $\Lambda\Delta = \frac{\mathrm{AK}}{2}$ ή ΑΚ = 2ΛΔ.