ΛΥΣΗ

**α)**

1. Τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ έχουν:

ΑΔ = ΑΕ, από υπόθεση

ΑΒ = ΑΓ, από υπόθεση

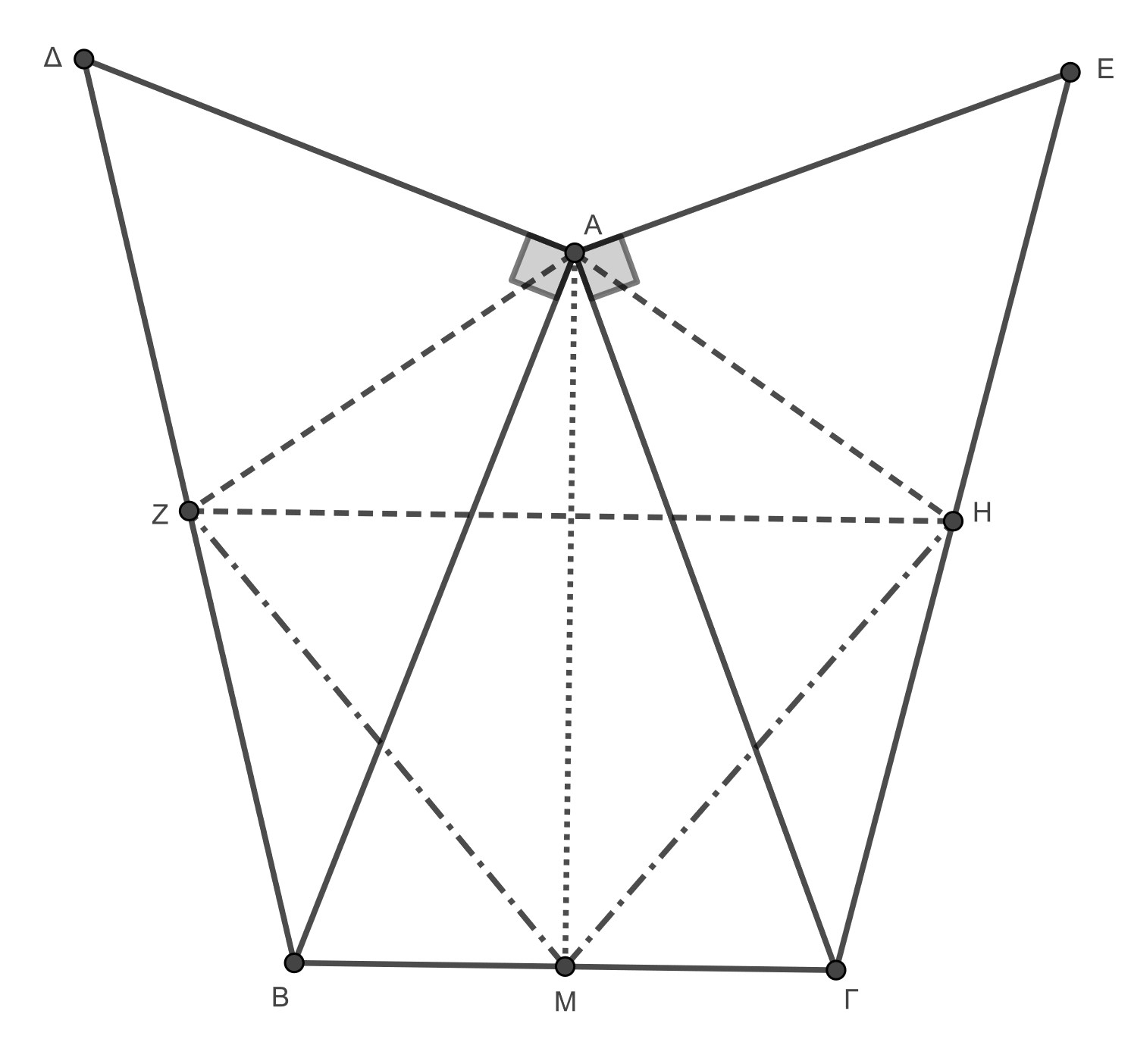
Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες οπότε είναι ίσα.

1. Η ΑΖ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΔΑΒ, άρα ΑΖ = (1).

Η ΑΗ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΕΑΓ, άρα ΑΗ = (2).

Επειδή τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ είναι ίσα έχουν και τις υποτείνουσες ΔΒ και ΕΓ ίσες.

Τότε, από τις (1), (2) προκύπτει ότι ΑΖ = ΑΗ, οπότε το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές.



1. Τα τρίγωνα ΜΒΖ και ΓΗΜ έχουν:

* ΜΒ = ΜΓ, διότι το Μ είναι μέσο του ΒΓ
* ΒΖ = ΗΓ, ως μισά των ίσων πλευρών ΔΒ και ΕΓ
* ΖΜ = ΜΗ, διότι οι γωνίες Β και Γ της βάσης ΒΓ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ είναι ίσες και ΑΔ = ΑΕ επειδή είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΔ και ΑΕ στα ίσα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ, οπότε ΑΔ = + ΜΗ και συνεπώς ΖΜ = ΜΗ.

Τα τρίγωνα ΜΖΒ και ΓΗΜ έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες τους ίσες άρα είναι ίσα, οπότε έχουν και ΜΖ = ΜΗ.

Επειδή AZ = AH το Α ανήκει στη μεσοκάθετο του ΖΗ και MZ = MH οπότε το Μ ανήκει στη μεσοκάθετο του ΖΗ. Άρα η ΑΜ είναι μεσοκάθετο του ΖΗ.

**β)** Οι γωνίες ΔΒ και ΕΓ δεν είναι κατακορυφήν σε κάθε περίπτωση επειδή οι πλευρές τους δεν είναι αντικείμενες ημιευθείες. Οι γωνίες ΔΒ και ΕΓ είναι κατακορυφήν μόνο όταν η γωνία ΓΒ είναι ορθή.