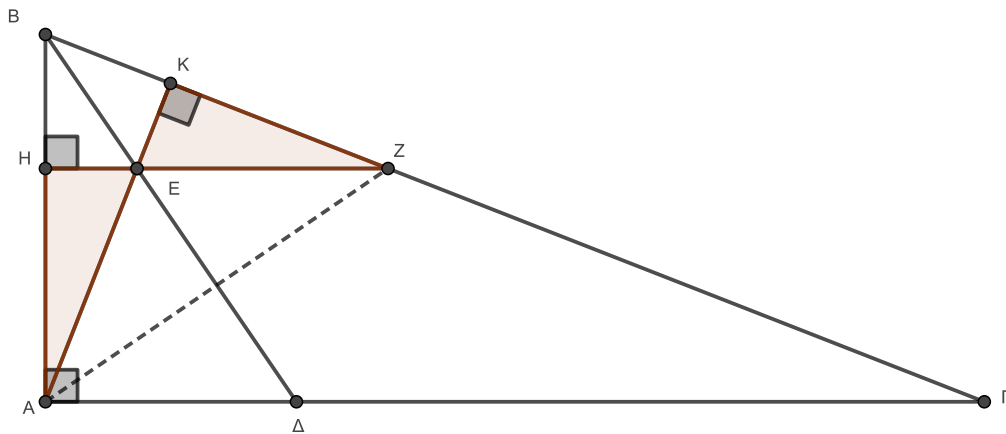


ΛΥΣΗ

α) i)

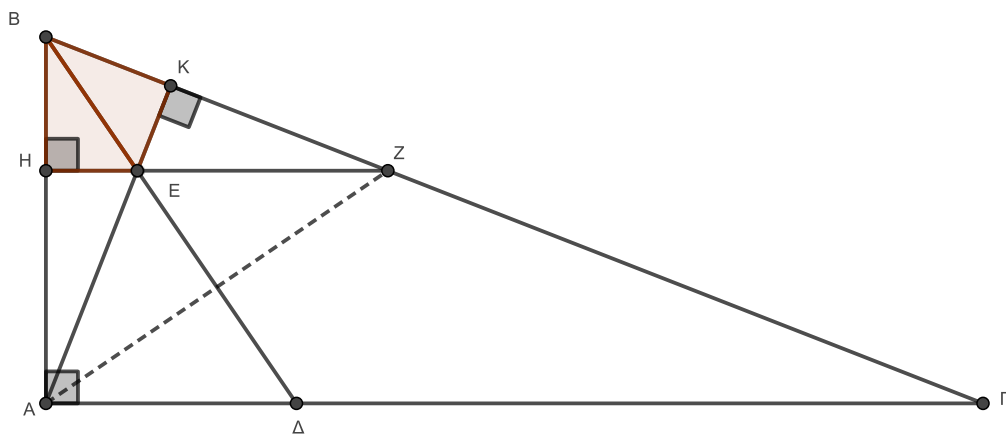


Τα ορθογώνια τρίγωνα ΕΗΑ και ΕΚΖ έχουν:

- $\widehat{ΕΑΗ} = \widehat{ΕΖΚ}$ , ως κατακορυφήν
- $ΕΗ = ΕΚ$  (1), διότι το Ε είναι σημείο της διχοτόμου ΑΔ και ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας  $\widehat{Β}$ .

Άρα τα τρίγωνα ΕΗΑ και ΕΚΖ είναι ίσα γιατί ως ορθογώνια έχουν μια κάθετη πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνίες ίσες μία προς μία.

ii)

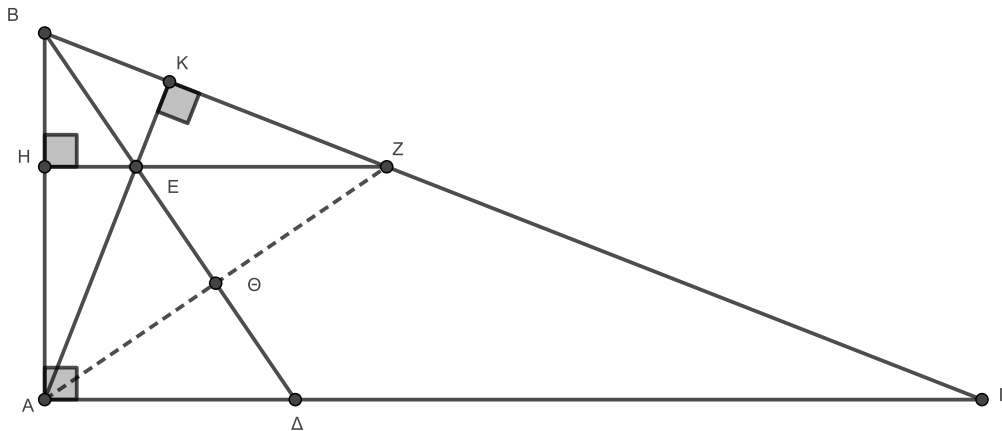


Τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΕΗ και ΒΕΚ έχουν:

- $ΕΗ = ΕΚ$  (σχέση (1) του αι) ερωτήματος)
- ΒΕ κοινή πλευρά

Άρα τα τρίγωνα BEH και BEK είναι ίσα γιατί ως ορθογώνια έχουν την υποτίνουσα και μια κάθετη πλευρά αντίστοιχα ίσες μία προς μία, οπότε θα έχουν και τις άλλες αντίστοιχες κάθετες πλευρές τους ίσες, δηλαδή  $BH = BK$ . Επομένως το τρίγωνο BKH είναι ισοσκελές.

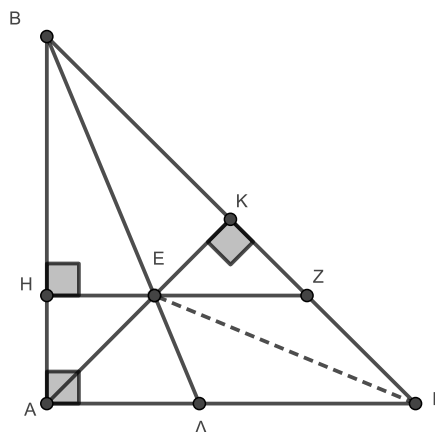
iii)



Φέρνουμε το τμήμα AZ και έστω  $\Theta$  το σημείο τομής της διχοτόμου BΔ και του AZ.

Στο τρίγωνο ABZ το σημείο E είναι το σημείο τομής των υψών του AK, ZH άρα είναι ορθόκεντρο του τριγώνου. Οπότε και το BΘ είναι ύψος αφού διέρχεται από το E. Άρα η BΔ είναι κάθετη στην AZ.

β)



Αν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, το AK είναι ύψος και διχοτόμος. Στο τρίγωνο ABΓ το E είναι σημείο τομής των διχοτόμων AK και BΔ. Η ΓE διέρχεται από το E άρα είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{\Gamma}$ .