ΛΥΣΗ

**α)** Επειδή το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες του διχοτομούνται, άρα το Ο είναι μέσο των ΑΓ, ΒΔ. Επίσης ΟΕ ⊥ ΑΓ από υπόθεση. Άρα στο τρίγωνο ΑΕΓ το ΟΕ είναι ύψος και διάμεσος, οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

**β)** Είναι ΒΓ = ΑΔ = ΔΕ και ΒΓ // ΑΔ, οπότε ΒΓ // ΔΕ.

Άρα στο τετράπλευρο ΒΓΕΔ δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

**γ)** Ισχύουν τα εξής:

* ΟΔ = ΟΒ (1), διότι οι διαγώνιες του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ διχοτομούνται.
* ΑΔ = ΒΓ (2), διότι οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι ίσες.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΟΕ η ΟΔ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα:

ΟΔ = $\frac{ΑΕ}{2}=\frac{2ΑΔ}{2}$ = ΑΔ (3)

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι ΟΒ = ΒΓ.

Οπότε το τρίγωνο ΒΟΓ είναι ισοσκελές.

