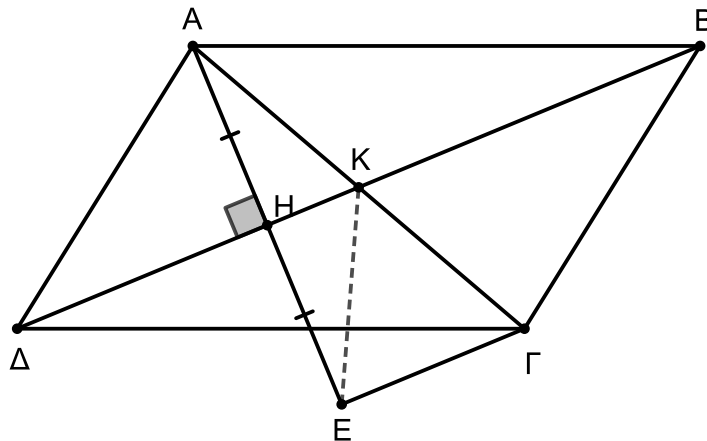


ΛΥΣΗ

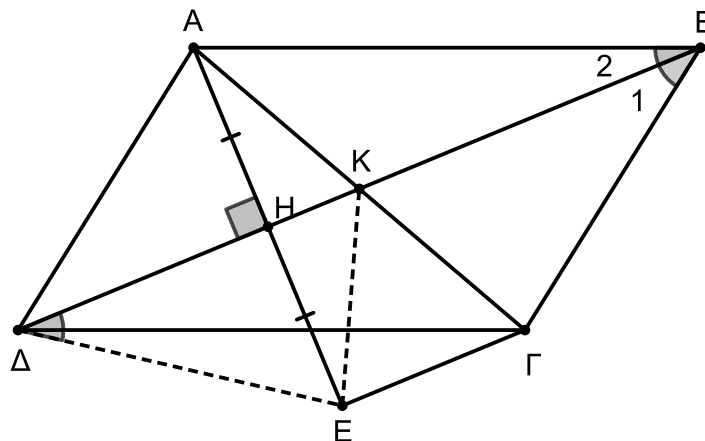


**α)** Στο τρίγωνο ΑΚΕ το ΚΗ είναι ύψος και διάμεσος, άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

**β)** Επειδή ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο, οι διαγώνιες ΑΓ και ΒΔ διχοτομούνται, οπότε το Κ είναι μέσο της ΑΓ, οπότε  $ΚΑ = \frac{ΑΓ}{2}$ .

Αξιοποιώντας το ερώτημα (α) βρίσκουμε:  $ΕΚ = ΚΑ$  ή  $ΕΚ = \frac{ΑΓ}{2}$

Άρα στο τρίγωνο ΑΕΓ η διάμεσός του ΕΚ ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, συνεπώς το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά αυτή, την ΑΓ, άρα  $\widehat{ΑΕΓ} = 90^\circ$ .



**γ)** Ισχύει ότι:

$ΗΚ \perp ΑΕ$  και  $ΕΓ \perp ΑΕ$ , άρα  $ΗΚ \parallel ΕΓ$  ή  $ΒΔ \parallel ΕΓ$  (1).

Στο τρίγωνο ΑΔΕ το ΔΗ είναι ύψος και διάμεσος, άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές με  $ΔΕ = ΑΔ$ .

Επειδή  $ΑΔ = ΒΓ$ , προκύπτει ότι  $ΔΕ = ΒΓ$  (2).

Επίσης,  $\widehat{E\Delta B} = \widehat{B_2}$  ως εντός και εναλλάξ γωνίες στις παράλληλες ευθείες AB και ΓΔ που τέμνονται από τη ΒΔ. Οπότε  $\widehat{B_1} + \widehat{E\Delta B} = \widehat{B_1} + \widehat{B_2} = \widehat{B} < 180^\circ$  άρα οι ΔΕ και ΒΓ δεν είναι παράλληλες (3).

Από τις (1),(2) και (3) προκύπτει ότι το τετράπλευρο ΔΒΓΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο.