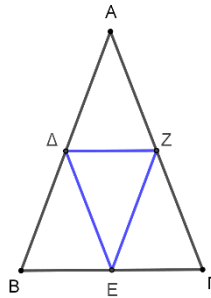


ΛΥΣΗ

α) Έστω ισοσκελές τρίγωνο ABΓ και Δ, Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών του AB, ΒΓ, ΑΓ αντίστοιχα.



Το ΔΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ABΓ, άρα  $ΔΕ = \frac{ΑΓ}{2}$  (1)

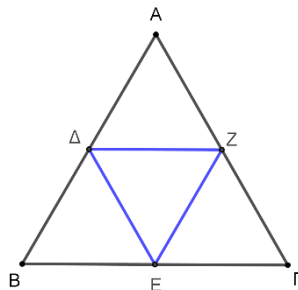
Το ΕΖ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ABΓ, άρα  $ΕΖ = \frac{ΑΒ}{2}$  (2)

Επειδή  $ΑΒ=ΑΓ$  από (1) και (2) προκύπτει ότι  $ΔΕ=ΕΖ$ , δηλαδή το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ισοσκελές.

β)

- i. **Πρόταση:** «Το τρίγωνο με κορυφές τα μέσα των πλευρών ισοπλευρού τριγώνου είναι ισόπλευρο».

Έστω ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ με  $ΑΒ = ΒΓ = ΑΓ$  και Δ, Ε, Ζ τα μέσα των ίσων πλευρών του AB, ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα.



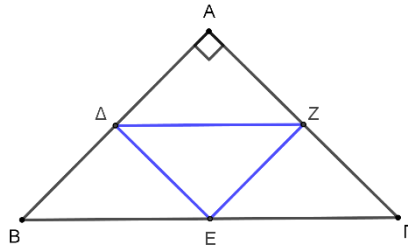
Όπως στο α) ερώτημα, για τους ίδιους λόγους θα ισχύει  $ΔΕ = \frac{ΑΓ}{2}$  (1) και  $ΕΖ = \frac{ΑΒ}{2}$  (2).

Επειδή το ΔΖ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ABΓ, ισχύει ότι  $ΔΖ = \frac{ΒΓ}{2}$  (3)

Επειδή  $ΑΒ=ΒΓ=ΑΓ$  από (1), (2) και (3) προκύπτει ότι  $ΔΕ=ΕΖ=ΖΔ$ , οπότε το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ισόπλευρο.

- ii. **Πρόταση:** «Το τρίγωνο με κορυφές τα μέσα των πλευρών ορθογωνίου και ισοσκελούς τριγώνου είναι ορθογώνιο και ισοσκελές».

Έστω ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με  $\hat{Α} = 90^\circ$ ,  $ΑΒ = ΑΓ$  και Δ, Ε, και Ζ τα μέσα των πλευρών AB, ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα.



Επειδή  $\Delta E // A\Gamma$ ,  $Z E // A B$  (ευθύγραμμα τμήματα που ενώνουν τα μέσα 2 πλευρών ενός τριγώνου) και  $A B \perp A \Gamma$  θα είναι και  $\Delta E \perp Z E$ , άρα το τρίγωνο  $\Delta E Z$  είναι ορθογώνιο με  $\hat{E} = 90^\circ$ .

Όπως στο α) ερώτημα, για τους ίδιους λόγους θα ισχύει  $E \Delta = \frac{A \Gamma}{2}$  και  $E Z = \frac{A B}{2}$  και επειδή είναι  $A B = A \Gamma$ , θα είναι  $E \Delta = E Z$ .

Άρα το τρίγωνο  $\Delta E Z$  είναι και ισοσκελές.