

ΛΥΣΗ

α) Το σημείο E είναι μέσο της πλευράς ΔΓ, άρα $ΓΕ = \frac{ΓΔ}{2}$ ή $ΓΔ=2ΓΕ$.

Από την υπόθεση έχουμε ότι $ΓΔ=2ΑΒ$, άρα $ΓΕ=ΑΒ$ και επιπλέον είναι $ΓΕ//ΑΒ$ επειδή το ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο. Επομένως το τετράπλευρο ΑΒΓΕ έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

β) Η ΖΗ είναι διάμεσος του τραπεζίου ΑΒΓΔ αφού Ζ, Η τα μέσα των μη παραλλήλων πλευρών του ΑΔ και ΒΓ. Άρα $ΖΗ//ΓΔ$.

Στο τρίγωνο ΑΔΕ, το Ζ είναι μέσο της ΑΔ και $ΖΘ//ΔΕ$, άρα το Θ είναι μέσο της ΑΕ.

Στο τρίγωνο ΒΕΓ το Η είναι μέσο της ΒΓ και $ΗΙ//ΕΓ$, άρα το Ι είναι μέσο της ΒΕ.

γ) Επειδή η ΖΗ είναι διάμεσος του τραπεζίου, θα ισούται με το ημίθροισμα των βάσεών του, δηλαδή:

$$ΖΗ = \frac{ΑΒ+ΓΔ}{2} = \frac{ΑΒ+2ΑΒ}{2} = \frac{3ΑΒ}{2} = \frac{3}{2}ΑΒ.$$

