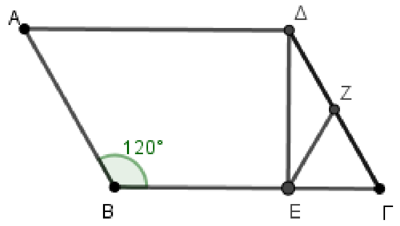
ΛΥΣΗ

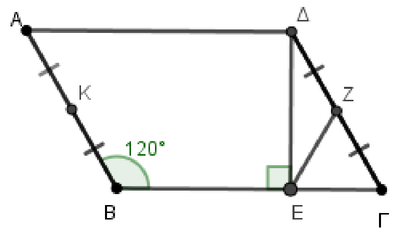
α)



Οι γωνίες $\widehat{A}$ και $\widehat{B}$ είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΔ και ΒΓ που τέμνονται από την ΑΒ οπότε είναι παραπληρωματικές, δηλαδή $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^o$ και αφού $\widehat{B} = 120^0$ άρα $\widehat{A} = 60^o$.

Οι γωνίες $\widehat{A}$ και $\widehat{\Gamma}$ είναι απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου άρα είναι ίσες, οπότε $\widehat{\Gamma} = \widehat{A} = 60^o$.

β)



Έστω Κ το μέσο της πλευράς ΑΒ, τότε θα είναι ΑΚ = ΚΒ = $\frac{AB}{2}$ (1).

Αφού ΔΕ ⊥ ΒΓ τότε το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ορθογώνιο και το ΕΖ είναι διάμεσος (από υπόθεση) που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του ΔΓ, άρα ΕΖ = $\frac{\Delta\Gamma}{2}$ (2).

Είναι ΑΒ=ΔΓ ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ οπότε $\frac{AB}{2} = \frac{\Delta\Gamma}{2}$ (3)

Επομένως, από τις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι ΑΚ = ΕΖ.

γ) Επειδή ΕΖ = $\frac{\Delta\Gamma}{2}$ = ΖΔ = ΖΓ αφού Ζ είναι μέσο της ΔΓ, το τρίγωνο ΕΖΓ είναι ισοσκελές με ίσες πλευρές τις ΖΕ, ΖΓ και τη γωνία $\widehat{\Gamma} = 60^o$ από το α) ερώτημα, οπότε θα είναι ισόπλευρο.

Άρα $E\widehat{Z}\Gamma = 60^o$.