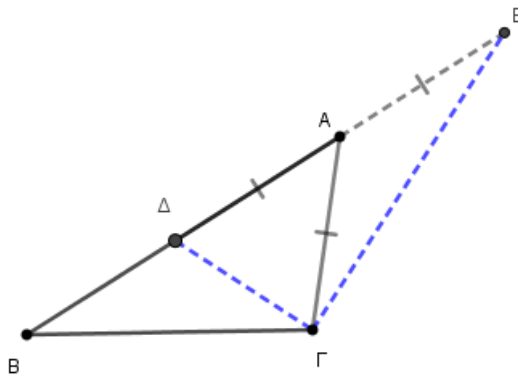


ΛΥΣΗ

Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A\Gamma < AB$ , σημείο  $\Delta$  στην πλευρά  $AB$  τέτοιο ώστε  $A\Delta = A\Gamma$  και σημείο  $E$  στην προέκταση της  $BA$  τέτοιο ώστε  $AE = A\Gamma$ .



**α)** Φέρνουμε τα τμήματα  $\Delta\Gamma$  και  $\Gamma E$ .

Αφού από υπόθεση είναι  $A\Delta = A\Gamma$  και  $AE = A\Gamma$ , τότε  $A\Delta = A\Gamma = AE = \frac{\Delta E}{2}$ . Οπότε στο τρίγωνο  $\Delta\Gamma E$  το τμήμα  $A\Gamma$  είναι διάμεσος στην πλευρά του  $\Delta E$  και είναι ίσο με το μισό της πλευράς  $\Delta E$ .

Επομένως, το τρίγωνο  $\Delta\Gamma E$  είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά  $\Delta E$  και με ορθή τη γωνία  $E\hat{\Gamma}\Delta$ , άρα τα τμήματα  $\Delta\Gamma$  και  $\Gamma E$  είναι κάθετα μεταξύ τους.

**β)** Επειδή είναι  $A\Gamma = A\Delta$ , το τρίγωνο  $A\Delta\Gamma$  είναι ισοσκελές, άρα  $A\hat{\Gamma}\Delta = A\hat{\Delta}\Gamma$  (1).

Η  $E\hat{A}\Gamma$  είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου  $A\Delta\Gamma$ , οπότε είναι  $E\hat{A}\Gamma = A\hat{\Gamma}\Delta + A\hat{\Delta}\Gamma$  και αφού είναι  $A\hat{\Gamma}\Delta = A\hat{\Delta}\Gamma$  λόγω της σχέσης (1), άρα  $E\hat{A}\Gamma = A\hat{\Delta}\Gamma + A\hat{\Delta}\Gamma = 2A\hat{\Delta}\Gamma$ .