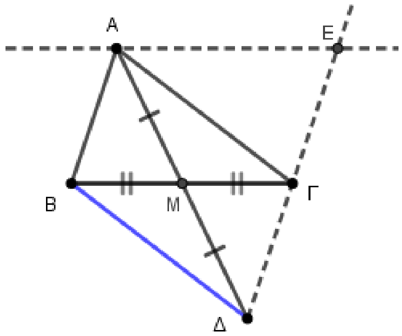
ΛΥΣΗ

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ < ΑΓ, Μ μέσο της ΒΓ, Δ σημείο στην προέκταση της ΑΜ προς το Μ τέτοιο ώστε ΜΔ=ΜΑ, Ε το σημείο τομής της ΔΓ με ευθεία που διέρχεται από το Α και είναι παράλληλη στη ΒΓ.




**α)** Φέρνουμε το τμήμα ΒΔ. Επειδή έχουμε ΜΓ = ΒΜ αφού το Μ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ και ΜΑ = ΜΔ από την υπόθεση, τότε το τετράπλευρο ΑΒΔΓ είναι παραλληλόγραμμο γιατί οι διαγώνιοί του ΑΔ και ΒΓ διχοτομούνται.

**β)** Έχουμε ότι η ευθεία ΑΕ είναι παράλληλη στην ΒΓ, οπότε και τα τμήματα ΑΕ και ΒΓ είναι παράλληλα.

Από το α) ερώτημα έχουμε ότι το ΑΒΔΓ είναι παραλληλόγραμμο, οπότε οι απέναντι πλευρές του ΑΒ και ΓΔ είναι παράλληλες. Άρα και τα τμήματα ΑΒ και ΓΕ είναι παράλληλα.

Συνεπώς, το τετράπλευρο ΑΒΓΕ είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει τις απέναντι πλευρές τους παράλληλες.

Επειδή ΑΕ = ΒΓ, ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΕ, ισχύει ότι

ΒΜ = $\frac{\text{ΒΓ}}{2} = \frac{\text{ΑΕ}}{2}$.