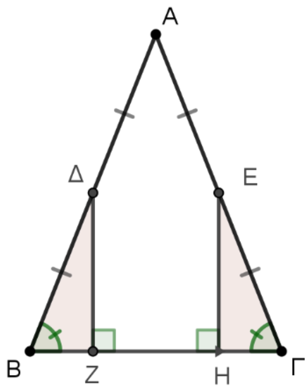
ΛΥΣΗ

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ.



α) Έστω Δ, Ε τα μέσα των πλευρών του ΑΒ, ΑΓ και ΔΖ, ΕΗ οι αποστάσεις των Ε, Ζ από τη βάση ΒΓ.

Τα τρίγωνα ΔΖΒ και ΕΗΓ έχουν:

- $\mathrm{B}\widehat{\mathrm{Z}}\Delta = \Gamma\widehat{\mathrm{H}}\mathrm{E}$ = 90^0 αφού ΔΖ και ΕΗ ως αποστάσεις, από την υπόθεση, είναι κάθετες στη ΒΓ.
- ΔΒ = ΕΓ ως μισά των ίσων πλευρών ΑΒ και ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ
- $\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\Gamma}$ ως προσκείμενες γωνίες στη βάση ΒΓ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ

Άρα τα τρίγωνα ΔΖΒ και ΕΗΓ είναι ορθογώνια που έχουν μια κάθετη πλευρά και την προσκείμενη σε αυτήν οξεία γωνία ίσες μία προς μία, άρα είναι ίσα.

Οπότε έχουν και ΔΖ = ΕΗ ως πλευρές απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\mathrm{B}}$ και $\widehat{\Gamma}$ αντίστοιχα.

Δηλαδή, τα σημεία Δ και Ε ισαπέχουν από τη βάση ΒΓ.

β) Για τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ έχουμε:

$\widehat{\mathrm{A}} + \widehat{\mathrm{B}} + \widehat{\Gamma} = 180^{\mathrm{o}}$ ή $75^{\mathrm{o}} + \widehat{\mathrm{B}} + \widehat{\mathrm{B}} + \widehat{\mathrm{B}} = 180^{\mathrm{o}}$ ή $3\widehat{\mathrm{B}} = 105^{\mathrm{o}}$, άρα $\widehat{\mathrm{B}} = 35^{\mathrm{o}}$.

Οπότε $\widehat{\mathrm{A}}$ = 75^{o} + 35^{o} = 110^{o}.