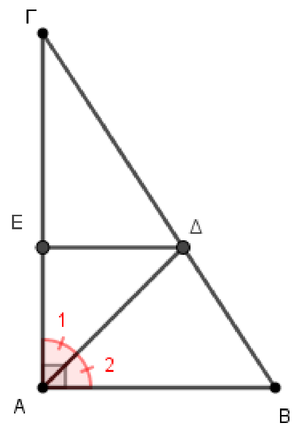
ΛΥΣΗ

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\widehat{A} = 90^0$, ΑΔ διχοτόμος της γωνίας $\widehat{A}$ και ΔΕ παράλληλη στην ΑΒ.



α) Η ΕΔ είναι παράλληλη στην ΑΒ και η ΑΓ είναι κάθετη στην ΑΒ, αφού είναι $\widehat{A} = 90^0$. Οπότε η ΑΓ θα είναι κάθετη και στην παράλληλή της ΕΔ.

Άρα, το τρίγωνο ΕΔΓ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία $Γ\hat{E}Δ$.

β) Επειδή ΑΔ διχοτόμος της ορθής γωνίας $\widehat{A}$, ισχύει ότι;

$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = \frac{\widehat{A}}{2} = 45^o$$

Αφού είναι $\widehat{A}_2 = 45^o$ τότε θα είναι και $A\widehat{Δ}E = 45^o$, ως γωνίες εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΕΔ και ΑΒ με τέμνουσα την ΑΔ.

γ) Έστω ότι η $\widehat{B}$ είναι 20^0 μεγαλύτερη της $\widehat{Γ}$, δηλαδή $\widehat{B} = \widehat{Γ} + 20^o$ (1)

Για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ισχύει $\widehat{B} + \widehat{Γ} = 90^o$ (2)

Οπότε, λόγω της σχέσης (1), η σχέση (2) γίνεται:

$$\widehat{Γ} + 20^o + \widehat{Γ} = 90^o \;\; ή \;\; 2\widehat{Γ} = 70^o \;\; ή \;\; \widehat{Γ} = 35^o.$$

Τότε $\widehat{B} = \widehat{Γ} + 20^o = 55^o$.

Οι $E\widehat{Δ}Γ$ και $\widehat{B}$ είναι ίσες, ως γωνίες εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΔΕ, ΑΒ με τέμνουσα την ΒΓ. Άρα, $E\widehat{Δ}Γ = \widehat{B} = 55^o$.