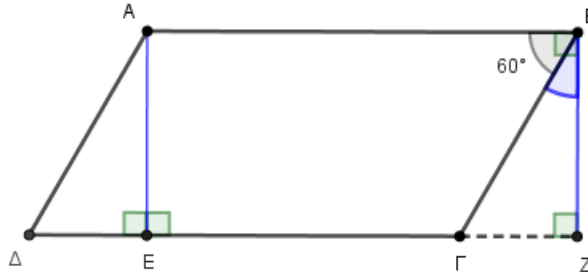


ΛΥΣΗ

Έστω παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $\widehat{B} = 60^\circ$ και AE, BZ ύψη του από τις κορυφές A και B αντίστοιχα προς την ευθεία $\Delta\Gamma$.



α) Οι AB και $\Delta\Gamma$ είναι παράλληλες ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου και το BZ είναι ύψος του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$, άρα θα είναι κάθετο στις παράλληλες AB και $\Delta\Gamma$ και θα είναι $\widehat{ABZ} = \widehat{Z} = 90^\circ$ (1). Οπότε $\widehat{\Gamma BZ} = \widehat{ABZ} - \widehat{AB\Gamma} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΓZB ($\widehat{Z} = 90^\circ$) είναι $\widehat{\Gamma BZ} = 30^\circ$, οπότε η απέναντι πλευρά της γωνίας των 30° θα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή $\Gamma Z = \frac{B\Gamma}{2}$ και αφού είναι $B\Gamma = A\Delta$, ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$, τότε $\Gamma Z = \frac{A\Delta}{2}$.

β) Τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $BZ\Gamma$ έχουν:

- $\widehat{E} = \widehat{Z} = 90^\circ$, γιατί τα τμήματα AE και BZ είναι κάθετα στη $B\Gamma$ ως ύψη του παραλληλογράμμου.
- $A\Delta = B\Gamma$, διότι είναι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
- $\widehat{\Delta} = \widehat{\Gamma Z}$, ως γωνίες εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη που σχηματίζονται από τις παράλληλες $A\Delta$ και $B\Gamma$ που τέμνονται από τη $\Delta\Gamma$.

Άρα τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $BZ\Gamma$ είναι ίσα ως ορθογώνια που έχουν την υποτείνουσα και την προσκείμενη σε αυτήν οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μια προς μία.

γ) Το τετράπλευρο $ABZE$ έχει τρεις γωνίες ορθές, την \widehat{ABZ} από σχέση (1), την \widehat{Z} και την \widehat{AEZ} αφού τα AE και BZ είναι ύψη, οπότε είναι ορθογώνιο.