

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε ισοδύναμα:

$$\alpha + \frac{4}{\alpha} \geq 4 \stackrel{\alpha > 0}{\Leftrightarrow}$$

$$\alpha^2 + \alpha \cdot \frac{4}{\alpha} \geq 4\alpha, \text{ οπότε}$$

$$\alpha^2 + 4 \geq 4\alpha, \text{ δηλαδή}$$

$$\alpha^2 - 4\alpha + 4 \geq 0 \text{ και τελικά}$$

$$(\alpha - 2)^2 \geq 0 \text{ που ισχύει.}$$

β) Από το α) ερώτημα έχουμε ότι $\alpha + \frac{4}{\alpha} \geq 4$ και ομοίως $\beta + \frac{4}{\beta} \geq 4$. Πολλαπλασιάζοντας

κατά μέλη τις δυο ανισότητες προκύπτει: $\left(\alpha + \frac{4}{\alpha}\right)\left(\beta + \frac{4}{\beta}\right) \geq 16$.