

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε ισοδύναμα:

$$\frac{|x|}{3} - \frac{|x|+4}{5} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow$$

$$5|x| - 3(|x|+4) = 10, \text{ οπότε}$$

$$5|x| - 3|x| - 12 = 10, \text{ δηλαδή}$$

$$2|x| = 22, \text{ οπότε}$$

$$|x| = 11 \text{ και τελικά}$$

$$x = -11 \text{ ή } x = 11$$

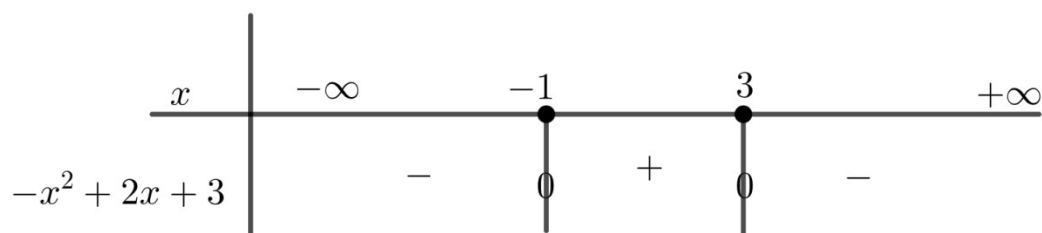
β) Το τριώνυμο $-x^2 + 2x + 3$ έχει διακρίνουσα $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 16 > 0$ και

ρίζες τις:

$$x_1 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-2 - 4}{2 \cdot (-1)} = 3 \text{ και}$$

$$x_2 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-2 + 4}{2 \cdot (-1)} = -1.$$

Από τον παρακάτω πίνακα προσήμου, βλέπουμε ότι η ανίσωση $-x^2 + 2x + 3 \leq 0$ αληθεύει για $x \leq -1$ ή $x \geq 3$.



γ) Οι λύσεις της εξίσωσης του α) ερωτήματος είναι και λύσεις της ανίσωσης του β) ερωτήματος, διότι $-11 \in (-\infty, -1]$ και $11 \in [3, +\infty)$.