

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \begin{cases} -5x^2 - 3x + 1, & \text{αν } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 1, & \text{αν } x > 0 \end{cases}$

α) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο 0. (Μονάδες 7)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο 0. (Μονάδες 7)

γ) Να δικαιολογήσετε γιατί μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα Rolle στο διάστημα $[-1,1]$ και να βρείτε ένα τουλάχιστον $x_0 \in (-1,1)$ για το οποίο ισχύει $f'(x_0) = 0$.

(Μονάδες 11)