ΛΥΣΗ

α) Το σύνολο των τετμημένων των σημείων της και της αποτελεί το πεδίο ορισμού της κάθε συνάρτησης. Από τις γραφικές παραστάσεις του σχήματος παρατηρούμε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το διάστημα και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το διάστημα .

β)

1. Οι συναρτήσεις και είναι συνεχείς στο πεδίο ορισμού τους από την υπόθεση. Συγκεκριμένα:

* Η είναι συνεχής στο αλλά οι τιμές της στα άκρα του πεδίου ορισμού της δεν είναι ετερόσημες, αφού τα σημεία και βρίσκονται πάνω από τον άξονα x’x.
* Η είναι συνεχής στο και οι τιμές της στα άκρα του πεδίου ορισμού της είναι ετερόσημες, αφού τα σημεία και βρίσκονται εκατέρωθεν του άξονα x’x.

Άρα οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano ισχύουν μόνο για τη συνάρτηση στο .

1. Παρατηρούμε ότι και οι 2 γραφικές παραστάσεις των f και h έχουν κοινό σημείο με τον άξονα x’x το σημείο , οπότε ισχύουν .

Για την ήταν αναμενόμενο να υπάρχει τέτοιο ώστε , αφού ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano στο αντίστοιχο διάστημα. Αλλά και η συνάρτηση έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο πεδίο ορισμού της αν και είδαμε ότι δεν πληρούνται οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano.