ΛΥΣΗ

α) Γνωρίζουμε ότι

$\int_1^3 f(x)dx = 6$

$\int_1^8 f(x)dx = 29$

$\int_3^5 f(x)dx = 8$

και

$\int_1^5 g(x)dx = -6$

i.

$$\int_3^8 f(x)dx = \int_3^1 f(x)dx + \int_1^8 f(x)dx = -\int_1^3 f(x)dx + \int_1^8 f(x)dx = -6 + 29 = 23$$

ii. Χρησιμοποιώντας και το προηγούμενο ολοκλήρωμα έχουμε:

$$\int_5^8 2f(x)dx = 2 \cdot \int_5^8 f(x)dx = 2\left(\int_5^3 f(x)dx + \int_3^8 f(x)dx\right) = 2(-8 + 23) = 2 \cdot 15 = 30$$

iii.

$$\int_1^5 (f(x) + g(x))dx = \int_1^5 f(x)dx + \int_1^5 g(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx + \int_1^5 g(x)dx =$$

$$= 6 + 8 - 6 = 8$$

β) Το ζητούμενο εμβαδόν Ε ισούται με το $\int_1^5 |g(x)|dx$ και αφού $g(x) \leq 0$ για κάθε $x \in [1,5]$, έχουμε:

$$\mathrm{E} = \int_1^5 -g(x)dx = -\int_1^5 g(x)dx = -(-6) = 6\ \tau.\mu.$$