

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τις συναρτήσεις  $f(x) = \ln x$ ,  $x > 0$  και  $g(x) = e^{-x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να δικαιολογήσετε ότι η συνάρτηση  $g$  έχει αντίστροφη και να αποδείξετε ότι  $g^{-1} = -f$ .

(Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι  $(g \circ f)(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .

(Μονάδες 8)

γ) Έστω  $h(x) = (g \circ f)(x)$ .

Να βρείτε τον μοναδικό αριθμό  $\xi$  ο οποίος ικανοποιεί το συμπέρασμα του Θεωρήματος Μέσης Τιμής για την συνάρτηση  $h$  στο διάστημα  $[2, 8]$ .

(Μονάδες 8)