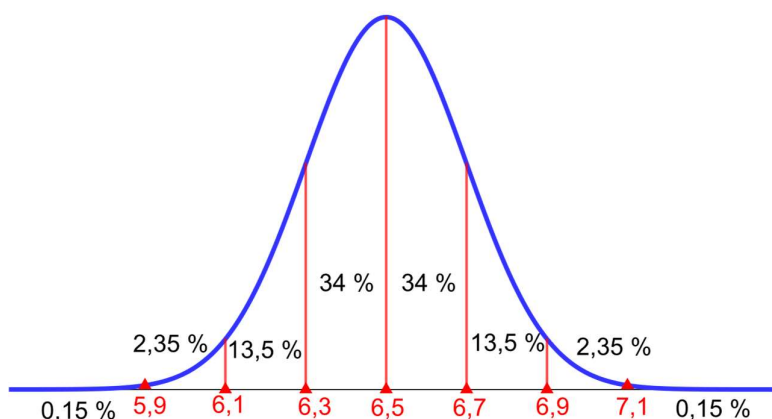


ΛΥΣΗ



α) Ας υποθέσουμε ότι η τυπική απόκλιση της κατανομής είναι σ και γνωρίζουμε ότι $\mu = 6,5$. Η πιθανότητα, σε τυχαία διαδρομή, η ταχύτητα του Κώστα να είναι στο διάστημα $(6,5, 6,5 + \sigma)$ είναι 0,34 περίπου, εφόσον εκεί ανήκει το 34% των στοιχείων στην παραπάνω κανονική κατανομή. Συνεπώς είναι ίση με την πιθανότητα η ταχύτητα να είναι στο διάστημα $(6,5, 6,7)$.

Άρα $6,5 + \sigma = 6,7$ ή $\sigma = 0,2$.

Για την κανονική κατανομή με $\mu = 6,5$ και $\sigma = 0,2$ υπολογίζουμε:

$$\mu + 3\sigma = 6,5 + 3 \cdot 0,2 = 7,1$$

$$\mu + 2\sigma = 6,5 + 2 \cdot 0,2 = 6,9$$

$$\mu + \sigma = 6,5 + 0,2 = 6,7$$

$$\mu - \sigma = 6,5 - 0,2 = 6,3$$

$$\mu - 2\sigma = 6,5 - 2 \cdot 0,2 = 6,1$$

$$\mu - 3\sigma = 6,5 - 3 \cdot 0,2 = 5,9$$

Συνεπώς μπορούμε να συμπληρώσουμε το σχήμα, όπως φαίνεται παραπάνω.

β)

i. Η πιθανότητα η ταχύτητα του Κώστα να είναι μικρότερη από 6,5 χιλιόμετρα την ώρα είναι ίση με 0,5, γιατί η ταχύτητα του Κώστα ακολουθεί την κανονική κατανομή με $\mu = 6,5$ και η διαδρομή είναι τυχαία.

ii. Όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα (γκουσιανή καμπύλη) το $2,35\% + 0,15\% = 2,5\%$ των στοιχείων έχουν τιμή μικρότερη από 6,1. Άρα, εφόσον η διαδρομή είναι τυχαία, η πιθανότητα η ταχύτητα του Κώστα σε αυτή τη διαδρομή να είναι μικρότερη από 6,1 χιλιόμετρα την ώρα είναι ίση με 0,025 περίπου.

γ) Εφόσον η ταχύτητα του Κώστα, σε χιλιόμετρα την ώρα ακολουθεί κανονική κατανομή με $\mu = 6,3$ και τυπική απόκλιση σ , τότε η πιθανότητα η ταχύτητά του, σε μια τυχαία διαδρομή να βρίσκεται στο διάστημα $(6,3, 6,3 + \sigma)$ είναι ίση με 0,34 περίπου. Άρα είναι ίση με την πιθανότητα η ταχύτητά του να βρίσκεται στο διάστημα $(6,3, 6,6)$. Επομένως $6,3 + \sigma = 6,6$ ή $\sigma = 0,3$.

Υπολογίζουμε:

$$\mu + 3\sigma = 6,3 + 3 \cdot 0,3 = 7,2$$

$$\mu + 2\sigma = 6,3 + 2 \cdot 0,3 = 6,9$$

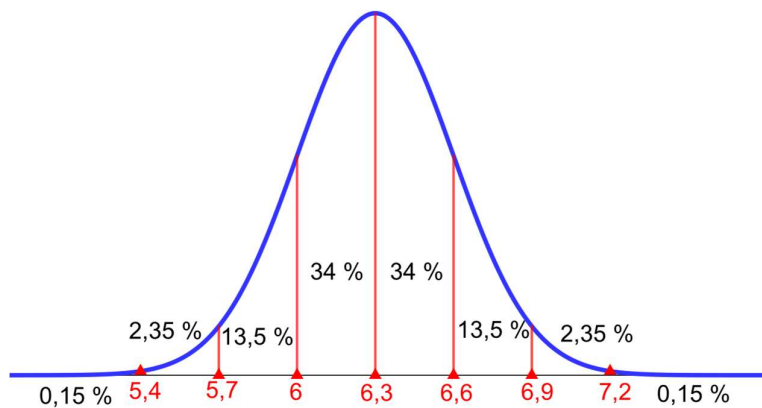
$$\mu + \sigma = 6,3 + 0,3 = 6,6$$

$$\mu - \sigma = 6,3 - 0,3 = 6$$

$$\mu - 2\sigma = 6,3 - 2 \cdot 0,3 = 5,7$$

$$\mu - 3\sigma = 6,3 - 3 \cdot 0,3 = 5,4$$

Και σχεδιάζουμε την αντίστοιχη γκαουσιανή καμπύλη:



Σε αυτή την κανονική κατανομή, το $50\% - 34\% = 16\%$ των στοιχείων έχουν τιμή μικρότερη από 6. Επομένως η πιθανότητα η ταχύτητα του Κώστα να είναι μικρότερη από 6 χιλιόμετρα την ώρα, σε μια τυχαία διαδρομή είναι ίση με 0,16 περίπου.