

Λύση

α) Ισχύει ότι:

$$K = \frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2} - \frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3} = \frac{\sqrt{(x+2)^2}}{x+2} - \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3} = \frac{|x+2|}{x+2} - \frac{|x-3|}{x-3}.$$

Η παράσταση K έχει νόημα πραγματικού αριθμού αν και μόνο αν:

$$\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

Οπότε πρέπει $x \neq -2, 3$.

β) Ισχύει ότι: $-2 < x < 3$, οπότε $x+2 > 0$ και $x-3 < 0$.

Άρα $|x+2| = x+2$ και $|x-3| = -(x-3)$.

Οπότε $K = \frac{|x+2|}{x+2} - \frac{|x-3|}{x-3} = \frac{x+2}{x+2} - \frac{-(x-3)}{x-3} = 1+1=2$, που είναι ανεξάρτητη του x .