ΛΥΣΗ

α) Αντικαθιστούμε στον τύπο της $f$, και συγκεκριμένα στον κλάδο $x+2$ όπου $x=0$ και βρίσκουμε: $f(0)=0+2=2$.

Άρα η $C_f$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $\mathrm{M}(0,2)$.

β)

i) Για $x=-1$ είναι: $f(-1)=-(-1)+2=1+2=3$.

Για $x=-2$ είναι: $f(-2)=-(-2)+2=2+2=4$.

Άρα η ημιευθεία $y=-x+2$ διέρχεται από τα σημεία $\mathrm{A}(-1,3)$ και $\mathrm{B}(-2,4)$.

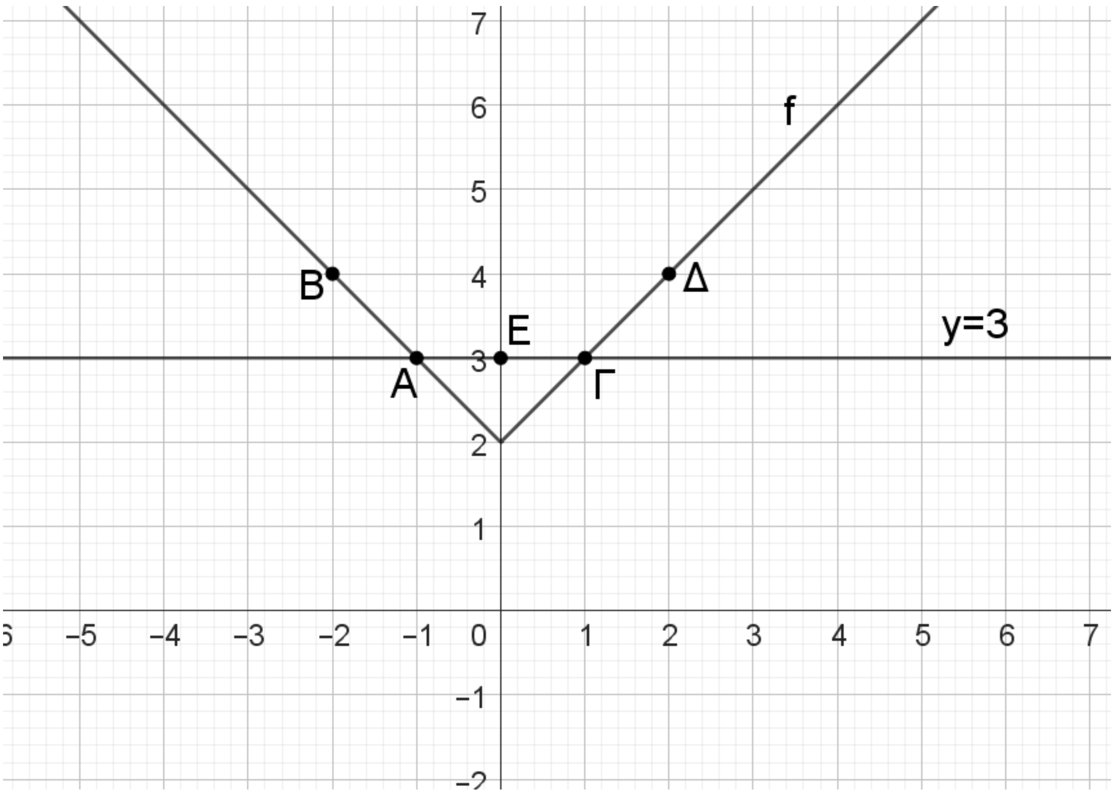
Για $x=1$ είναι: $f(1)=1+2=3$.

Για $x=2$ είναι: $f(2)=2+2=4$.

Άρα η ημιευθεία $y=x+2$ διέρχεται από τα σημεία $\Gamma(1,3)$ και $\Delta(2,4)$.

Η ευθεία $y=3$ είναι μια ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$ και διέρχεται από το σημείο $\mathrm{E}(0,3)$.

Η γραφική παράσταση $C_f$ και η ευθεία $y=3$ φαίνονται στο παρακάτω σχήμα .

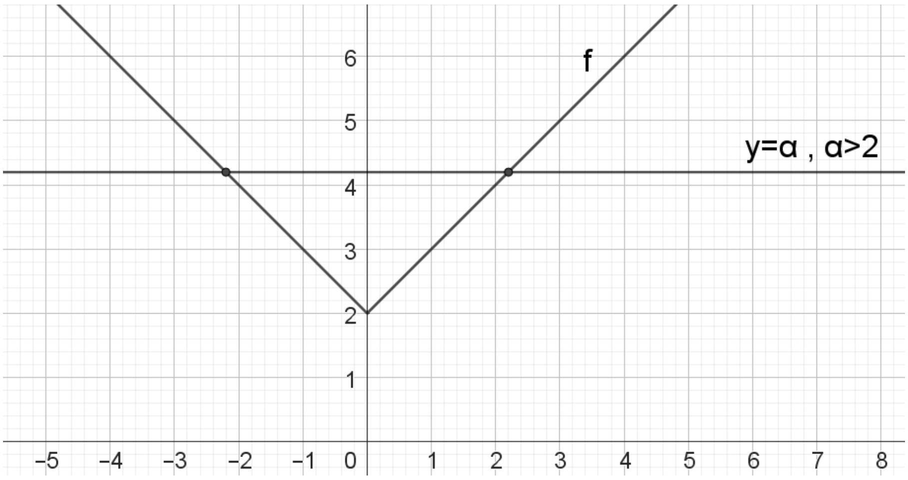


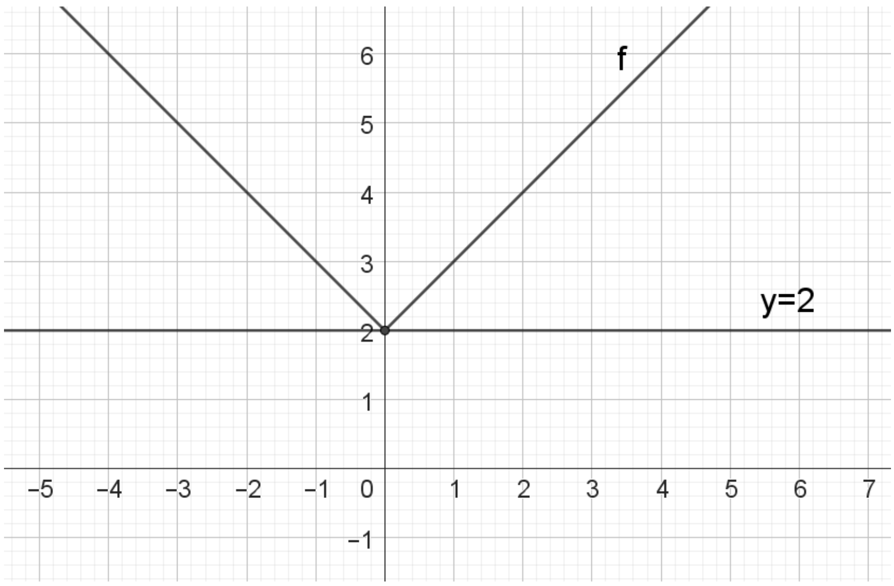

Από τη γραφική παράσταση διαπιστώνουμε ότι τα σημεία τομής της $C_f$ με την ευθεία $y=3$ είναι τα $\mathrm{A}(-1,3)$ και $\Gamma(1,3)$.

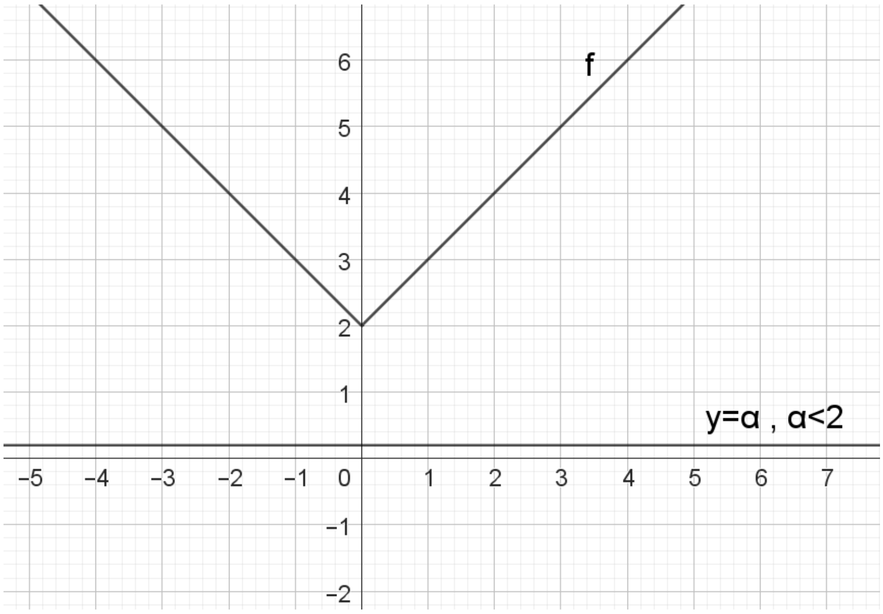
ii) Τα σημεία $\mathrm{A}(-1,3)$ και $\Gamma(1,3)$ έχουν αντίθετες τετμημένες και ίσες τεταγμένες. Άρα είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $y'y$.

γ)

i) Η ευθεία $y=\alpha$ είναι μια ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$ και διέρχεται από το σημείο $(0,\alpha)$. Όπως διαπιστώνουμε και από τα παρακάτω σχήματα, η ευθεία $y=\alpha$ τέμνει τη $C_f$ σε δύο σημεία αν και μόνο αν $\alpha>2$.






ii) Ο τύπος της $f$ γράφεται: $f(x)=|x|+2$, $x\in\mathbb{R}$.

Οι τετμημένες των σημείων τομής της $C_f$ με την ευθεία $y=\alpha$ είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x)=\alpha \Leftrightarrow |x|+2=\alpha \Leftrightarrow |x|=\alpha-2$.

Αν $\alpha<2 \Leftrightarrow \alpha-2<0$ η εξίσωση $|x|=\alpha-2$ είναι αδύνατη και επομένως η $C_f$ με την ευθεία $y=\alpha$ δεν έχουν κοινά σημεία, όπως φαίνεται και στο τελευταίο σχήμα.

Αν $\alpha=2$ η εξίσωση $|x|=\alpha-2 \Leftrightarrow |x|=0 \Leftrightarrow x=0$ και επομένως η $C_f$ με την ευθεία $y=2$ έχουν ένα κοινό σημείο το $(0,2)$ όπως φαίνεται και στο προτελευταίο σχήμα.

Αν $\alpha>2$ η εξίσωση $|x|=\alpha-2 \Leftrightarrow x=\alpha-2$ ή $x=-\alpha+2$ δηλαδή δύο λύσεις διαφορετικές και επομένως η $C_f$ με την ευθεία $y=\alpha$ έχουν δύο κοινά σημεία τα $(\alpha-2,\alpha)$ και $(-\alpha+2,\alpha)$ όπως φαίνεται και στα δύο πρώτα σχήματα.