ΛΥΣΗ

α) Η γραφική παράσταση της διέρχεται από το σημείο Α(1, 2) αν και μόνο αν .

Είναι για κάθε , οπότε πράγματι η γραφική παράσταση της διέρχεται από το σημείο για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού .

β) Αφού οι γραφικές παραστάσεις των και τέμνονται σε σημείο με τετμημένη 1, ισχύει ότι: .

i) Είναι

ii) Για έχουμε και

Η συνάρτηση έχει πεδίο ορισμού το και η το Οι τετμημένες των κοινών σημείων των και είναι οι λύσεις της εξίσωσης .Είναι:

Επομένως δεν υπάρχει άλλο κοινό σημείο εκτός από αυτό με τετμημένη 1.

γ) Το πλήθος των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων των και είναι ίδιο με το πλήθος των ριζών της εξίσωσης:

Η παραπάνω εξίσωση είναι 2ου βαθμού και το πλήθος των ριζών της εξαρτάται από το πρόσημο της διακρίνουσάς της: .

Για είναι οπότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες και επομένως οι γραφικές παραστάσεις έχουν δύο κοινά σημεία.

Για είναι οπότε η εξίσωση έχει μία διπλή ρίζα και επομένως οι γραφικές παραστάσεις έχουν ένα κοινό σημείο.

Για είναι οπότε η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες και επομένως οι γραφικές παραστάσεις δεν έχουν κοινά σημεία.