ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=αx-α+2$ και $g(x)=x^{2}-α+3$ με $α\in R$.

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της $f$ διέρχεται από το σημείο $(1,2)$ για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού $α$ .

(Μονάδες 7)

β) Αν οι γραφικές παραστάσεις των $f$ και $g$ τέμνονται σε σημείο με τετμημένη 1, τότε:

i) Να αποδείξετε ότι $α=2$.

(Μονάδες 4)

ii) Για $α=2$ υπάρχει άλλο σημείο τομής των γραφικών παραστάσεων των $f$ και $g$; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

γ) Να αποδείξετε ότι το πλήθος των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων των $f$ και $g$ είναι ίδιο με το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $x^{2}-αx+1=0$ και στη συνέχεια ότι για $α=3$, $α=-2$, $α=1$ έχουν αντίστοιχα δύο, ένα, κανένα σημεία τομής.

(Μονάδες 10)