ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση ορίζεται μόνο όταν:

$$9-x^2>0 \Leftrightarrow x^2<9 \Leftrightarrow |x|<3 \Leftrightarrow -3<x<3$$

Άρα, $A_f=(-3,\,3)$.

β) Η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ μόνο όταν για κάποιο $x \in A_f$ ισχύει $f(x)=0$. Είναι:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{\sqrt{9-x^2}}=0 \Leftrightarrow x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$$

Επομένως η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(-2,\,0)$.

Επίσης έχουμε:

$$f(0)=\frac{0+2}{\sqrt{9-0}}=\frac{2}{3}$$

Άρα η C_f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B\left(0,\,\frac{2}{3}\right)$.

γ) Έστω $(\varepsilon): y=\alpha x+\beta$ η εξίσωση της ζητούμενης ευθείας. Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α, Β είναι:

$$\alpha=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{\frac{2}{3}-0}{0-(-2)}=\frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3}$$

Άρα η εξίσωση της ευθείας γράφεται

$$(\varepsilon): y=\frac{1}{3}x+\beta$$

Επιπλέον η ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(-2,\,0)$, οπότε οι συντεταγμένες του Α την επαληθεύουν. Έτσι, έχουμε:

$$0=\frac{1}{3}(-2)+\beta \Leftrightarrow \beta-\frac{2}{3}=0 \Leftrightarrow \beta=\frac{2}{3}$$

Επομένως η εξίσωση της ευθείας είναι $(\varepsilon): y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$.