ΛΥΣΗ

α) Από τον ορισμό της αριθμητικής προόδου έχουμε:

$$\alpha_2-\alpha_1=\alpha_3-\alpha_2 \Leftrightarrow 2x^2-3x-4-x=x^2-2-(2x^2-3x-4)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2-7x-6=0 \Leftrightarrow x=3 \text{ ή } x=-\frac{2}{3}$$

Η τιμή $x=-\frac{2}{3}$ απορρίπτεται διότι δεν είναι ακέραιος.

β) Η αριθμητική πρόοδος έχει πρώτο όρο $\alpha_1=3$ και διαφορά $\omega=2$. Άρα ο ν-οστός όρος της είναι: $\alpha_\nu=3+(\nu-1)\cdot 2=2\nu+1$.

Έστω ότι κάποιος όρος της ακολουθίας είναι ίσος με 2014. Τότε η εξίσωση $\alpha_\nu=2014$ έχει λύση θετικό ακέραιο αριθμό. Είναι:

$$\alpha_\nu=2014 \Leftrightarrow 2\nu+1=2014 \Leftrightarrow \nu=\frac{2013}{2}$$

που δεν είναι θετικός ακέραιος.

Επομένως δεν υπάρχει όρος της προόδου που είναι ίσος με 2014.

γ) Είναι:

$$S=\alpha_1+\alpha_3+\alpha_5+\ldots+\alpha_{15}=3+7+11+\ldots+31$$

οπότε οι όροι του αθροίσματος σχηματίζουν μια αριθμητική πρόοδο (β_ν) με πρώτο όρο $\beta_1=3$ και διαφορά $\omega'=4$. Αν ν είναι το πλήθος των όρων του αθροίσματος, τότε έχουμε:

$$\beta_\nu=31 \Leftrightarrow 3+(\nu-1)\cdot 4=31 \Leftrightarrow 4\nu=32 \Leftrightarrow \nu=8$$

Επομένως το πλήθος των όρων του αθροίσματος είναι $\nu=8$ και το ζητούμενο άθροισμα είναι

$$S=S_8=\frac{8}{2}[2\cdot 3+(8-1)\cdot 4]=136$$