ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση $x^{2}-2λx+4λ+5=0$έχει διακρίνουσα

$$Δ=4λ^{2}-16λ-20=4(λ^{2}-4λ-5)$$

Όταν $λ=-2$, τότε

$$Δ=4(4+8-5)=28>0$$

οπότε η εξίσωση έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Όταν $λ=3$, τότε

$$Δ=4(9-12-5)=-32<0$$

οπότε η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.

β) i. Όταν $λ=5$ η εξίσωση έχει διακρίνουσα $Δ=4(25-20-5)=0$, οπότε έχει μια διπλή ρίζα.

 ii. Η εξίσωση έχει διπλή ρίζα μόνο όταν ισχύει $Δ=0$. Είναι:

$λ^{2}-4λ-5=0⇔λ=5ήλ=-1$

Επομένως, εκτός από την περίπτωση $λ=5$που συναντήσαμε στο ερώτημα βi), η εξίσωση έχει διπλή ρίζα και όταν $λ=-1$.

δ) Ισχύει

$$|λ^{2}-4λ-5|=4λ-λ^{2}+5=-(λ^{2}-4λ-5),λ\in R-\{-1,5\}$$

οπότε ο αριθμός $λ^{2}-4λ+5$είναι αρνητικός. Επομένως η διακρίνουσα $Δ=4(λ^{2}-4λ-5)$ είναι αρνητική και η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.