ΛΥΣΗ

Ο πρώτος επιβάτης που θα αγοράσει εισιτήριο θα πληρώσει 3€ και κάθε επόμενος επιβάτης θα πληρώνει 0,5€ περισσότερο από τον προηγούμενο.

α) Ο δεύτερος επιβάτης θα πληρώσει $3+0,5=3,5$€, ο τρίτος θα πληρώσει $3,5+0,5=4$€ και ο τέταρτος θα πληρώσει $4+0,5=4,5$€.

β) Δεδομένου ότι ο πρώτος επιβάτης που θα αγοράσει εισιτήριο θα πληρώσει 3€ και κάθε επόμενος επιβάτης θα πληρώνει 0,5€ περισσότερο από τον προηγούμενο, οι αριθμοί $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{51}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου με $\alpha_1=3$ και $\omega=0,5$.

γ) Ο 51$^{\text{ος}}$ επιβάτης θα πληρώσει $\alpha_{51}=3+(51-1)\cdot 0,5=28$€.

δ) Ζητάμε την μικρότερη τιμή του φυσικού αριθμού ν ώστε $S_\nu>30\cdot 21$. Είναι:

$$S_\nu>30\cdot 21 \Leftrightarrow \frac{\nu}{2}[2\cdot 3+(\nu-1)\cdot 0,5]>630$$

$$\Leftrightarrow \frac{\nu}{2}\left(6+\frac{\nu-1}{2}\right)>630 \Leftrightarrow \frac{\nu}{2}\left(\frac{12+\nu-1}{2}\right)>630$$

$$\Leftrightarrow \frac{\nu(\nu+11)}{4}>630 \Leftrightarrow \nu^2+11\nu-2520>0,\ (1)$$

Το τριώνυμο $\nu^2+11\nu-2520>0$ έχει διακρίνουσα

$$\Delta=11^2-4(-2520)=10201$$

και ρίζες τους αριθμούς $\nu=45$, $\nu=-56$ που απορρίπτεται. Επομένως η ανίσωση (1) έχει λύση κάθε θετικό ακέραιο ν με $\nu>45$, οπότε για να συμφέρει η προσφορά πρέπει να πουληθούν τουλάχιστον 46 εισιτήρια.