

ΛΥΣΗ

α) Τα ορθογώνια τρίγωνα AEO και ΓΔΟ έχουν:

- $OA = OG$  ως ακτίνες κύκλου
- $\widehat{O}$  κοινή γωνία,

Άρα τα τρίγωνα AEO και ΓΔΟ είναι ίσα, επειδή έχουν την υποτείνουσα και μια οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία, οπότε θα έχουν και τις τρίτες γωνίες τους ίσες, δηλαδή  $\widehat{O\hat{A}E} = \widehat{O\hat{\Gamma}D}$ , άρα και  $OE = OD$  ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες  $\widehat{O\hat{A}E}$ ,  $\widehat{O\hat{\Gamma}D}$  αντίστοιχα. Επομένως το τρίγωνο ODE είναι ισοσκελές.

β)

Τα ορθογώνια τρίγωνα ZΔO και ZEO έχουν:

- $OD = OE$ , από το ερώτημα (α)
- OZ κοινή πλευρά,

Άρα τα τρίγωνα ZΔO και ZEO είναι ίσα, γιατί έχουν την υποτείνουσα και μια κάθετη πλευρά αντίστοιχα ίσες μία προς μία, οπότε θα έχουν  $\widehat{\Delta Z O} = \widehat{E Z O}$  ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές OD και OE αντίστοιχα, αλλά και τις τρίτες γωνίες τους ίσες, δηλαδή  $\widehat{\Delta O Z} = \widehat{Z O E}$  ή  $\widehat{A O \Theta} = \widehat{\Theta O E}$ , όπου  $\Theta$  το σημείο τομής της OZ με τον κύκλο. Άρα η OZ είναι διχοτόμος της γωνίας  $\widehat{A O \Gamma}$ .

Οι γωνίες  $\widehat{A O \Theta}$  και  $\widehat{\Theta O \Gamma}$  είναι επίκεντρες και ίσες, οπότε και τα αντίστοιχα τόξα  $\widehat{A \Theta}$  και  $\widehat{\Theta \Gamma}$  είναι ίσα, άρα το  $\Theta$  είναι μέσο του τόξου  $\widehat{A \Gamma}$ .

