ΛΥΣΗ

**α)** Το τμήμα ΔΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ οπότε ΔΕ // ΑΒ και ΔΕ = $\frac{ΑΒ}{2}$ (1). Επειδή είναι ΑΒ = ΑΓ και το Δ μέσο του ΑΓ από υπόθεση, ισχύει ότι

ΔΓ= $\frac{ΑΓ}{2}=\frac{ΑΒ}{2}$ , άρα και ΔΓ = ΔΕ λόγω της σχέσης (1). Οπότε το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ισοσκελές με βάση ΕΓ.

Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές και $\hat{Β}$ = 30Ο από υπόθεση, ισχύει ότι $\hat{Γ}$ = $\hat{Β}$ = 30ο.

Επειδή το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ισοσκελές οι γωνίες οι προσκείμενες στη βάση του θα είναι ίσες, δηλαδή Δ$\hat{Ε}$Γ = $\hat{Γ}$ = 30ο.

Για τις γωνίες του τριγώνου ΔΕΓ ισχύει ότι E$\hat{Δ}$Γ+Δ$\hat{Ε}$Γ+$\hat{Γ}$=180ο με Δ$\hat{Ε}$Γ = $\hat{Γ}$ = 30ο, οπότε

Ε$\hat{Δ}$Γ + 30ο+ 30ο= 180ο, άρα E$\hat{Δ}$Γ=120ο.

**β)** Το τμήμα ΕΔ ενώνει τα μέσα δυο πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, οπότε θα είναι ίσο με το μισό της τρίτης πλευράς, δηλαδή θα ισχύει ΕΔ = $\frac{ΑB}{2}=\frac{ΑΓ}{2}$ (2) και επειδή το Δ είναι μέσο της ΑΓ έχουμε ΑΔ = $\frac{ΑΓ}{2}$ (3).

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΕΓ είναι $\hat{Γ}$ = 30ο άρα η απέναντι κάθετη πλευρά ισούται με το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή ΑΕ = $\frac{ΑΓ}{2}$ (4).

Από (2), (3) και (4) προκύπτει ότι ΕΔ = ΑΔ = ΑΕ οπότε το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισόπλευρο.

