ΛΥΣΗ

**α)** Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ έχουμε:

$\hat{Α}$ + $\hat{Β}$ + $\hat{Γ}$ = 180ο ή $\hat{Β}$ + 2$\hat{Β}$ = 180ο ή 3$\hat{Β}$ = 180ο οπότε $\hat{Β}$ = 60ο (1)

**β)** Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ έχουμε:

$\hat{Α}$ + $\hat{Β}$ + $\hat{Γ}$ = 180ο ή 3$\hat{Γ}$ + 60ο + $\hat{Γ}$ = 180ο ή 4$\hat{Γ}$ = 120ο, οπότε $\hat{Γ}$ = 30ο (2)

Είναι $\hat{Α}$ + $\hat{Γ}$ = 2$\hat{Β}$ από την υπόθεση, οπότε $\hat{Α}$ + 30ο = 2 ⋅ 60ο, άρα $\hat{Α}$ = 90ο (3).



Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΕ έχουμε:

$\hat{Α}$ + Α$\hat{Β}$Ε + Α$\hat{Ε}$Β = 180ο με $\hat{Α}$ = 90ο (σχέση 3) και Α$\hat{Β}$Ε = $\frac{\hat{Β}}{2}$ επειδή η ΒΕ είναι διχοτόμος (από υπόθεση) όπου $\hat{Β}$ = 60ο (σχέση 1), οπότε:

90ο + $\frac{\hat{Β}}{2}$ + Α$\hat{Ε}$Β = 180ο ή $\frac{60^{ο}}{2}$ + Α$\hat{Ε}$Β = 90ο ή 30ο + Α$\hat{Ε}$Β = 90ο, άρα Α$\hat{Ε}$Β = 60ο (4)

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΑΔΓ έχουμε:

Γ$\hat{Α}$Δ + $\hat{Δ}$ + $\hat{Γ}$ = 180ο με $\hat{Δ}$ = 90ο επειδή η ΑΔ είναι ύψος και $\hat{Γ}$ = 30ο (σχέση 2), οπότε:

Γ$\hat{Α}$Δ + 90ο + 30ο = 180ο ή Γ$\hat{Α}$Δ + 120ο = 180ο, άρα Γ$\hat{Α}$Δ = 60ο (5)

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΖΕ έχουμε:

Ζ$\hat{Α}$Ε + Α$\hat{Ζ}$Ε + Α$\hat{Ε}$Ζ = 180ο με Ζ$\hat{Α}$Ε = Γ$\hat{Α}$Δ = 60ο (σχέση 5) και Α$\hat{Ε}$Ζ = Α$\hat{Ε}$Β = 60ο (σχέση 4), οπότε:

60ο + Α$\hat{Ζ}$Ε + 60ο = 180ο ή 120ο + Α$\hat{Ζ}$Ε = 180ο, άρα Α$\hat{Ζ}$Ε = 60ο.

Το τρίγωνο ΑΖΕ έχει όλες τις γωνίες του ίσες οπότε είναι ισόπλευρο.