

ΛΥΣΗ

α) Τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΕ είναι ορθογώνια και έχουν:

- $AD = BG$, από υπόθεση
- $AG = BE$, από υπόθεση

Οπότε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΕ είναι ίσα αφού έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία.

β) Από την ισότητα των τριγώνων ΑΓΔ και ΒΓΕ προκύπτει ότι $DG = GE$, οπότε το τρίγωνο ΔΓΕ είναι ισοσκελές. Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΒΓΕ είναι:

$$\widehat{EGB} + \widehat{B} + \widehat{BEG} = 180^\circ \text{ ή } 40^\circ + 90^\circ + \widehat{BEG} = 180^\circ \text{ ή } \widehat{BEG} = 50^\circ$$

Από την ισότητα των τριγώνων ΑΓΔ και ΒΓΕ προκύπτει ότι $\widehat{DGA} = \widehat{BEG}$ ως απέναντι γωνίες των ίσων πλευρών ΑΔ και ΒΓ. Άρα $\widehat{DGA} = \widehat{BEG} = 50^\circ$.

Ισχύει ότι:

$$\widehat{DGA} + \widehat{DGE} + \widehat{EGB} = 180^\circ \text{ ή } 50^\circ + \widehat{DGE} + 40^\circ = 180^\circ \text{ ή } \widehat{DGE} = 90^\circ$$

Άρα το τρίγωνο ΔΓΕ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

