ΛΥΣΗ

α) Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο, ισχύει ότι $B\widehat{A}\Gamma = A\widehat{B}\Gamma = A\widehat{\Gamma}B = 60^o$.

Τότε $A\widehat{\Gamma}\Delta = 180^o - A\widehat{\Gamma}B = 120^o$.

Επειδή ΓΔ = ΒΓ = ΑΓ, το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισοσκελές με βάση ΑΔ, άρα $\Gamma\widehat{A}\Delta = A\widehat{\Delta}\Gamma$ ως γωνίες προσκείμενες στη βάση.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΓΔ έχουμε:

$$\Gamma\widehat{A}\Delta + A\widehat{\Gamma}\Delta + A\widehat{\Delta}\Gamma = 180^o \text{ ή } 2A\widehat{\Delta}\Gamma + 120^o = 180^o \text{ ή } 2A\widehat{\Delta}\Gamma = 60^o \text{ ή } A\widehat{\Delta}\Gamma = 30^o$$

Άρα και $\Gamma\widehat{A}\Delta = 30^o$.

Τότε:

$$B\widehat{A}\Delta = B\widehat{A}\Gamma + \Gamma\widehat{A}\Delta = 60^o + 30^o = 90^o.$$

β) Αφού είναι $B\widehat{A}\Delta = 90^o$ τότε θα είναι $AB \perp A\Delta$ και επειδή είναι $E\Delta \perp A\Delta$ από υπόθεση, θα είναι ΑΒ // ΕΔ ως κάθετες στην ίδια ευθεία ΑΔ.

Όμως ΑΒ = ΒΓ = ΕΔ και ΑΒ // ΕΔ, οπότε το τετράπλευρο ΑΒΔΕ έχει τις απέναντι πλευρές του ΑΒ και ΔΕ ίσες και παράλληλες και συνεπώς είναι παραλληλόγραμμο.