ΛΥΣΗ

**α)** Οι γωνίες της βάσης του ισοσκελούς τραπεζίου ΑΒΓΔ είναι ίσες, άρα $\widehat{\Delta} = \widehat{\Gamma} = 60^o$ (1).

Οι γωνίες $\widehat{B}$ και $\widehat{\Gamma}$ του τραπεζίου ΑΒΓΔ είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΒΓ, άρα είναι παραπληρωματικές, δηλαδή:

$$\widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^o \text{ ή } \widehat{B} + 60^o = 180^o \text{ ή } \widehat{B} = 120^o \ (2)$$

Άρα και $\widehat{A} = \widehat{B} = 120^o$ ως γωνίες στη βάση ΑΒ του ισοσκελούς τραπεζίου ΑΒΓΔ.

**β)** Επειδή τα ΑΕ και ΒΖ είναι ύψη του τραπεζίου από τις κορυφές Α και Β αντίστοιχα, τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ορθογώνια με $\widehat{E} = \widehat{Z} = 90^0$ τα οποία έχουν:

- ΑΔ = ΒΓ, διότι το τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΓΔ) είναι ισοσκελές
- $\widehat{\Delta} = \widehat{\Gamma} = 60^o$, από σχέση (1)

Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ίσα επειδή έχουν την υποτείνουσα και μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία.

**γ)** Είναι $\widehat{B} = 120^o$ (σχέση 2) και $A\widehat{B}Z = 90^o$ επειδή το ΒΖ ως ύψος είναι κάθετο στις βάσεις ΑΒ, ΔΓ του τραπεζίου, άρα $Z\widehat{B}\Gamma = \widehat{B} - A\widehat{B}Z = 30^o$.

Οπότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΖΓ, επειδή η πλευρά του ΖΓ είναι απέναντι από τη γωνία των $30^0$ θα ισούται με το μισό της υποτείνουσας του τριγώνου, δηλαδή $Z\Gamma = \frac{B\Gamma}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

Επειδή τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ίσα (από το β) ερώτημα) θα έχουν και ΔΕ = ΖΓ = 2.

Το τετράπλευρο ΑΒΖΕ είναι ορθογώνιο επειδή έχει τρεις ορθές γωνίες, τις $\widehat{E}$, $\widehat{Z}$ και $A\widehat{B}Z$, επομένως ισχύει ότι ΕΖ = ΑΒ = 6, οπότε:

$$\Delta\Gamma = \Delta E + EZ + Z\Gamma = 2 + 6 + 2 = 10.$$

Η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι:

$$\Pi = AB + B\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta A = 6 + 4 + 10 + 4 = 24.$$