ΛΥΣΗ

α) Έστω ότι $A\widehat{O}B = B\widehat{O}\Gamma = \Gamma\widehat{O}\Delta = \widehat{\omega}$.

Τα τρίγωνα ΑΟΓ και ΒΟΔ έχουν:

- ΟΑ = ΟΒ, από υπόθεση
- ΟΓ = ΟΔ, από υπόθεση
- $A\widehat{O}\Gamma = B\widehat{O}\Delta$, διότι $A\widehat{O}\Gamma = A\widehat{O}B + B\widehat{O}\Gamma = 2\widehat{\omega}$ (1) και $B\widehat{O}\Delta = B\widehat{O}\Gamma + \Gamma\widehat{O}\Delta = 2\widehat{\omega}$ (2).

Επειδή τα τρίγωνα ΑΟΓ και ΒΟΔ έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ), άρα είναι ίσα οπότε θα έχουν και ΑΓ = ΒΔ ως απέναντι πλευρές από τις ίσες γωνίες τους $A\widehat{O}\Gamma$, $B\widehat{O}\Delta$ (όπως έχει δειχθεί από σχέσεις 1 και 2).

β) Επειδή είναι ΟΒ = ΟΔ από υπόθεση, το τρίγωνο ΒΟΔ είναι ισοσκελές.

Επειδή είναι $B\hat{O}\Gamma=\Gamma\hat{O}\Delta$, η ΟΜ είναι διχοτόμος της γωνίας της κορυφής του, άρα είναι και διάμεσος στη βάση ΒΔ του ισοσκελούς ΒΟΔ. Επομένως το Μ είναι μέσο του ΒΔ.