ΛΥΣΗ

**α)** Έστω ότι A$\hat{O}$B = B$\hat{O}$Γ = Γ$\hat{O}$Δ = $\hat{ω}$.

Τα τρίγωνα ΑΟΓ και ΒΟΔ έχουν:

* OA = OB, από υπόθεση
* OΓ = OΔ, από υπόθεση
* A$\hat{O}$Γ = B$\hat{O}$Δ, διότι Α$\hat{O}$Γ = Α$\hat{O}$Β + Β$\hat{O}$Γ = 2$\hat{ω}$ (1) και Β$\hat{O}$Δ = Β$\hat{O}$Γ + Γ$\hat{O}$Δ = 2$\hat{ω}$ (2).

Επειδή τα τρίγωνα ΑΟΓ και ΒΟΔ έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ), άρα είναι ίσα οπότε θα έχουν και AΓ = BΔ ως απέναντι πλευρές από τις ίσες γωνίες τους Α$\hat{O}$Γ, Β$\hat{O}$Δ (όπως έχει δειχθεί από σχέσεις 1 και 2).

**β)** Επειδή είναι ΟΒ = ΟΔ από υπόθεση, το τρίγωνο ΒΟΔ είναι ισοσκελές.

Επειδή είναι Β$\hat{Ο}$Γ=Γ$\hat{Ο}$Δ, η ΟΜ είναι διχοτόμος της γωνίας της κορυφής του, άρα είναι και διάμεσος στη βάση ΒΔ του ισοσκελούς ΒΟΔ. Επομένως το Μ είναι μέσο του ΒΔ.

