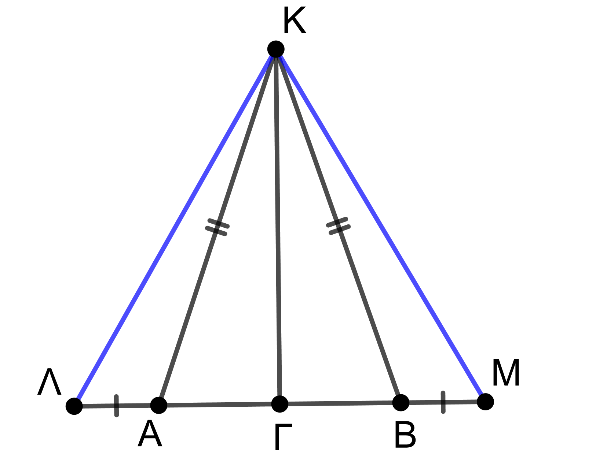
ΛΥΣΗ

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΚΑΒ (ΚΑ=ΚΒ), η διχοτόμος ΚΓ της γωνίας του και σημεία Λ, Μ στις προεκτάσεις της πλευράς ΑΒ προς το Α και προς το Β αντίστοιχα τέτοια ώστε ΑΛ = ΒΜ.



**α)** Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΚΑΛ και ΚΒΜ, το οποία έχουν:

* KA = KB, από την υπόθεση
* ΚΛ = KM, ως παραπληρωματικές γωνίες των ίσων γωνιών ΒΚ και ΑΚ που είναι προσκείμενες στη βάση ΑΒ του ισοσκελούς τριγώνου ΚΑΒ (δηλαδή ΚΛ =180ο - ΒΚ = 180ο - ΑΚ = KM)
* ΑΛ = ΒΜ, από υπόθεση.

Οπότε τα τρίγωνα ΚΑΛ και ΚΒΜ έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες, άρα είναι ίσα (ΠΓΠ). Επομένως θα ισχύει ΚΛ = ΚΜ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες ΚΛ και KM των ίσων τριγώνων. Άρα το τρίγωνο ΚΛΜ είναι ισοσκελές.

**β)** α΄ τρόπος: Η ΚΓ είναι διχοτόμος που αντιστοιχεί στη γωνία της κορυφής του ισοσκελούς τριγώνου ΚΑΒ, οπότε είναι και διάμεσος του τριγώνου ΚΑΒ, οπότε ΑΓ = ΒΓ.

Από την υπόθεση έχουμε ότι ΑΛ = ΒΜ.

Άρα ΓΛ = ΑΛ + ΑΓ = ΒΜ + ΒΓ = ΓΜ.

Συνεπώς το Γ είναι μέσο της ΛΜ και επομένως η ΚΓ είναι διάμεσος του ΚΛΜ.

β΄ τρόπος:

Η ΚΓ είναι διχοτόμος που αντιστοιχεί στη γωνία της κορυφής του ισοσκελούς τριγώνου ΚΑΒ, οπότε είναι και ύψος του τριγώνου ΚΑΒ, άρα και ύψος του τριγώνου ΚΛΜ. Επειδή το τρίγωνο ΚΛΜ είναι ισοσκελές η ΚΓ είναι και διάμεσος του τριγώνου ΚΛΜ.