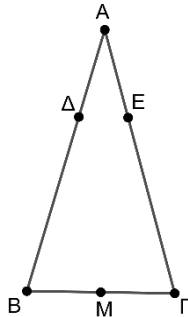


ΛΥΣΗ

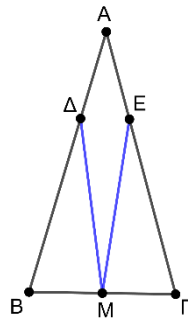
Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, σημεία Δ, E στις ίσες πλευρές $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα τέτοια ώστε $A\Delta = \frac{1}{3} AB$ και $AE = \frac{1}{3} A\Gamma$ και σημείο M μέσο της $B\Gamma$.



α) Επειδή $AB = A\Gamma$ και $A\Delta = AE$, έχουμε ότι:

$$B\Delta = AB - A\Delta = A\Gamma - AE = \Gamma E$$

β) Φέρνουμε αρχικά τα τμήματα ΔM και EM .

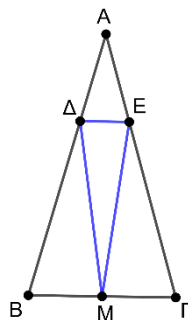


Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $M\Gamma E$, τα οποία έχουν:

- $B\Delta = \Gamma E$, από το α) ερώτημα
- $BM = M\Gamma$, γιατί το M είναι μέσο της $B\Gamma$ και
- $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$, ως γωνίες προσκείμενες στη βάση $B\Gamma$ του ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$.

Οπότε τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $M\Gamma E$ έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ), άρα είναι ίσα.

γ) Φέρουμε το τμήμα ΔE , οπότε σχηματίζεται το τρίγωνο ΔEM .



Από το β) ερώτημα έχουμε ότι τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΜΕΓ είναι ίσα, οπότε θα έχουν τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα, όπως $ΜΕ = ΜΔ$ καθώς οι πλευρές αυτές βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{Β}$ και $\widehat{Γ}$. Συνεπώς, το τρίγωνο ΔΕΜ είναι ισοσκελές.