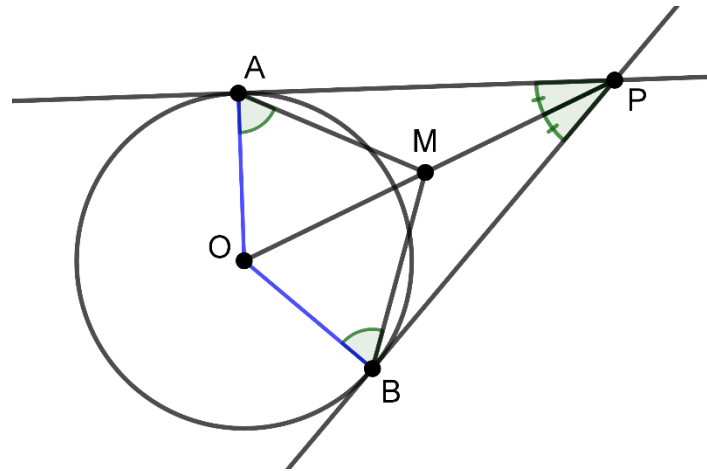


ΛΥΣΗ

Φέρνουμε τις ακτίνες στα σημεία επαφής A και B.



α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα PAM και PMB. Έχουν:

- PM κοινή πλευρά
- $PA = PB$, ως εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από το P προς τον κύκλο
- $\widehat{PA} = \widehat{PB}$, διότι η διακεντρική ευθεία PO διχοτομεί την γωνία \widehat{APB} των εφαπτόμενων τμημάτων PA και PB.

Οπότε τα τρίγωνα PAM και PMB έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ), άρα είναι ίσα.

β) Από την ισότητα των τριγώνων PAM και PMB προκύπτει ότι $\widehat{PAM} = \widehat{PBM}$, ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από την κοινή πλευρά PM των δύο τριγώνων.

Επίσης $\widehat{OAP} = \widehat{OBP} = 90^\circ$, διότι οι ακτίνες που καταλήγουν στα σημεία επαφής είναι κάθετες στις εφαπτόμενες ευθείες. Άρα $\widehat{MAO} = \widehat{OAP} - \widehat{PAM} = \widehat{OBP} - \widehat{PBM} = \widehat{MBO}$.