ΛΥΣΗ

α) Είναι $A\widehat{B}\Gamma = A\widehat{\Delta}\Gamma$, ως απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

Οπότε $H\widehat{B}Z = 180^o - A\widehat{B}\Gamma = 180^o - A\widehat{\Delta}\Gamma = E\widehat{\Delta}\Theta$.

β) Είναι $\Gamma\widehat{Z}E = A\widehat{E}Z$ (1) ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΔ, ΒΓ που τέμνονται από την ΕΖ.

Επίσης $B\widehat{Z}H = \Gamma\widehat{Z}E$ (2) ως κατακορυφήν και $\Delta\widehat{E}\Theta = A\widehat{E}Z$ (3) ως κατακορυφήν.

Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι $B\widehat{Z}H = \Delta\widehat{E}\Theta$.

γ) Είναι ΑΔ = ΒΓ, ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου και ΑΕ = ΓΖ από την υπόθεση. Επομένως ΔΕ = ΑΔ – ΑΕ = ΒΓ – ΓΖ = ΒΖ (4).

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΔΕΘ και ΒΖΗ, τα οποία έχουν:

- ΔΕ = ΒΖ, από σχέση (4)
- $H\widehat{B}Z = E\widehat{\Delta}\Theta$, από το ερώτημα (α)
- $B\widehat{Z}H = \Delta\widehat{E}\Theta$, από το ερώτημα (β)

Οπότε τα τρίγωνα ΔΕΘ και ΒΖΗ έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, άρα είναι ίσα (ΓΠΓ), οπότε είναι και ΒΗ = ΘΔ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $B\widehat{Z}H$ και $\Delta\widehat{E}\Theta$ των ίσων τριγώνων.