ΛΥΣΗ

α) Η περιοχή τύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων είναι ορθογώνιο με διαστάσεις:

$x-(1+1)=x-2$ και

$x-(2+2)=x-4$.

Επομένως το εμβαδόν της E εκφράζεται από τη συνάρτηση:

$\mathrm{E}(x)=(x-2)(x-4)$, $5\le x\le 10$.

β) Έχουμε ισοδύναμα:

$\mathrm{E}(x)=35$, δηλαδή

$(x-2)(x-4)=35$, οπότε

$x^2-6x+8=35$ και τελικά

$x^2-6x-27=0$ (1).

Το τριώνυμο $x^2-6x-27$ έχει διακρίνουσα:

$\Delta=(-6)^2-4\cdot 1\cdot(-27)=144>0$ και συνεπώς η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις:

$$x_1=\frac{-(-6)-12}{2}=\frac{-6}{2}=-3 \text{ και}$$

$$x_2=\frac{-(-6)+12}{2}=\frac{18}{2}=9.$$

Επειδή $5\le x\le 10$, δεκτή είναι η λύση $x=9$.

Άρα σε ένα τετράγωνο χαρτόνι πλευράς $9\,cm$, η περιοχή εκτύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων έχει εμβαδόν $35\,cm^2$.

γ) Η περιοχή τύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων έχει εμβαδόν τουλάχιστον $24\,cm^2$, δηλαδή $\mathrm{E}(x)\ge 24$. Έχουμε ισοδύναμα:

$(x-2)(x-4)\ge 24$, οπότε

$x^2-6x-16\ge 0$ (2).

Το τριώνυμο $x^2-6x-16$ έχει διακρίνουσα $\Delta=(-6)^2-4\cdot 1\cdot(-16)=100>0$ και ρίζες

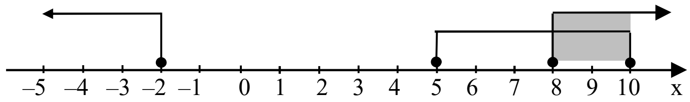
$$x_1=\frac{-(-6)-10}{2}=\frac{-4}{2}=-2 \text{ και}$$

$$x_2=\frac{-(-6)+10}{2}=\frac{16}{2}=8.$$

Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$		-2		8		$+\infty$
$x^2-6x-16$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Άρα η (2) αληθεύει για $x \le -2$ ή $x \ge 8$. Επίσης $5 \le x \le 10$, οπότε με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών



παρατηρούμε ότι οι κοινές λύσεις των ανισώσεων είναι: $8 \le x \le 10$.

Άρα για $x \in [8,10]$, η περιοχή τύπωσης των επαγγελματικών στοιχείων έχει εμβαδόν τουλάχιστον $24\,cm^2$.